



TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
KHOA CÔNG NGHỆ THÔNG TIN



TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH
KỶ YẾU

HỘI THẢO KHOA HỌC

**MỘT SỐ VẤN ĐỀ CHỌN LỌC CỦA
CÔNG NGHỆ THÔNG TIN VÀ ỨNG DỤNG**

Nghệ An, tháng 8/2016

MỤC LỤC

	Trang
Chương trình hội nghị	2
Mục lục	4
1. <i>TS. Trần Xuân Sang</i> , Tổng quan về mô hình dịch máy dựa vào thống kê	5
2. <i>ThS. Nguyễn Thị Uyên</i> , Tách từ Tiếng Việt dựa vào thông tin tương hỗ giữa các âm tiết	10
3. <i>TS. Phan Lê Na</i> , Giới thiệu phần mềm CVX giải bài toán tối ưu lồi	17
4. <i>ThS. Hồ Thị Huyền Thương</i> , Giới thiệu một số quy tắc tối ưu hóa câu lệnh SQL	25
5. <i>ThS. Phạm Thị Thu Hiền</i> , Ứng dụng Công nghệ thông tin trong dạy học ngoại ngữ	30
6. <i>ThS. Nguyễn Bùi Hậu</i> , Thù ẩn dạng hiện trên ảnh số	37
7. <i>ThS. Nguyễn Bùi Hậu - ThS. Phạm Thị Thu Hiền</i> , Ứng dụng Visual Basic for Applications hỗ trợ giáo viên thiết kế các bài tập tương tác trong PowerPoint	45
8. <i>ThS. Trương Trọng Cần - ThS. Hồ Thị Huyền Thương</i> , Một số phương pháp dạy học tích cực tiếp cận chương trình đào tạo CDIO	52
9. <i>ThS. Trương Trọng Cần</i> , Một số trao đổi về dạy cách học, học cách học theo định hướng đổi mới phương pháp dạy- học	60
10. <i>ThS. Võ Đức Quang - ThS. Lê Quốc Anh</i> , Bàn luận một số kỹ năng lập trình an toàn nhằm giảm thiểu nguy cơ tấn công Website	68
11. <i>ThS. Lê Quốc Anh</i> , Ứng dụng phần mềm Maple trong giảng dạy học phần An toàn thông tin	78
12. <i>ThS. Phạm Trà My</i> , Xây dựng quy trình đánh giá chất lượng dịch vụ của trường đại học Vinh đối với sinh viên dùng SPSS	85
13. <i>ThS. Lê Văn Thành</i> , Xây dựng ứng dụng Web thời gian thực sử dụng Signalr	90

Giới thiệu phần mềm CVX giải bài toán tối ưu lồi

TS. Phan Lê Na¹

Tóm tắt: CVX là một phần mềm chạy trên Matlab và có nhiều ứng dụng để giải quyết các bài toán tối ưu trong thực tế. Bài báo này giới thiệu về phần mềm CVX và trình bày một số ví dụ đơn giản giải bài toán quy hoạch tuyến tính và tối ưu lồi bằng CVX.

1. Giới thiệu phần mềm CVX

CVX là phần mềm được mô hình hoá cho các bài toán quy hoạch lồi/tối ưu lồi (convex optimization). Đây là phần mềm viết trên Matlab (có sử dụng cả C, dưới dạng mex files). Phần mềm này rất hữu ích không chỉ cho người làm toán lý thuyết, toán ứng dụng mà cả người làm kỹ thuật, điều khiển, robotic, khoa học máy tính, xử lý ảnh... Đặc biệt CVX ứng dụng trong khoa học máy tính: Học máy (machine learning), nhận dạng mẫu (pattern recognition), khai phá dữ liệu (data mining),... CVX là công cụ trực quan và dễ sử dụng.

Phần mềm được phát triển chính bởi TS. Michel Grant (học trò của giáo sư Stephen Boyd, Stanford), download tại: <http://cvxr.com/cvx/>.

CVX chỉ là phần mềm được mô hình hoá, được hiểu nôm na là chuyển bài toán dưới dạng mô hình ngôn ngữ "toán học thông thường" về một dạng chuẩn tắc, rồi sau đó sử dụng các software khác để giải bằng số. CVX được lập trình bằng cách định nghĩa lại các hàm cơ sở của matlab nhưng dưới dạng object, không phải numeric.

Ví dụ các hàm norm, vec, hay các toán tử +, -, *, / và cả (:), ... đều được định nghĩa lại trong CVX. Cách lập trình này hay được dùng trong lập trình hướng đối tượng. Tuy nhiên không sử dụng class trong matlab.

Giải bài toán tối ưu lồi trên phần mềm CVX dựa trên một nguyên lý đơn giản là đa số hàm lồi (convex function) là hợp của các hàm đơn giản, ví dụ hàm $|x| \leq 1$, có thể viết thành $x \leq 1$ và $-1 \leq x$, hay $x^T Q x \leq 1$, có thể viết thành $\|y\|^2 \leq 1$, với $y = Q^{1/2} x$ (đổi biến bằng kỹ thuật này gọi là disciplined convex programming). Tuy nhiên CVX có giải được tất cả các bài toán tối ưu lồi (convex optimization) không? Câu trả lời là không. CVX giải được một lớp rất nhỏ các bài toán giải tích lồi. Các bài toán này phải chuyển về được bài toán linear conic programming, nghĩa là có dạng

Tim min $c^T x$

thỏa mãn điều kiện $A^T x = b$; x thuộc K ,

với K là một cone (nón), $K = K_1 \times K_2 \times \dots$, với K_j là một trong 3 loại nón: \mathbb{R}^n , second order cone và semidefinite cone.

¹ Khoa Công nghệ Thông tin - Trường đại học Vinh

Ví dụ khi giải bài toán qui hoạch tuyến tính bằng phương pháp đơn hình thì ta dựa vào dạng bài toán sau đây để giải

Tìm minimize($c' * x + d$)
 thỏa mãn điều kiện
 $A * x == b;$
 $x \geq 0.$

Sau đây là một số kết quả trong tối ưu lồi:

- Kiểm tra nếu hàm f lồi và $f(a)$ là một affine thì $f(a)$ lồi?. Ví dụ kiểm tra tính lồi của hàm $f: x \mapsto (bTx - 2)^2$
- Kiểm tra nếu hàm f không lồi thì $-f$ hàm lồi?. Ví dụ: Kiểm tra nếu $f: x \mapsto -\sqrt{x}$ không lồi nhưng $-f$ là hàm lồi?.

Sau đây giới thiệu một số hàm trong CVX:

Function	Meaning	Attributes
norm(x, p)	$\ x\ _p$	cvx
square(x)	x^2	cvx
square_pos(x)	$(x_+)^2$	cvx, nondecr
pos(x)	x_+	cvx, nondecr
sum_largest(x, k)	$x_{[1]} + \dots + x_{[k]}$	cvx, nondecr
sqrt(x)	$\sqrt{x} \quad (x \geq 0)$	ccv, nondecr
inv_pos(x)	$1/x \quad (x > 0)$	cvx, nonincr
max(x)	$\max\{x_1, \dots, x_n\}$	cvx, nondecr
quad_over_lin(x, y)	$x^2/y \quad (y > 0)$	cvx, nonincr in y
lambda_max(X)	$\lambda_{\max}(X) (X = X^T)$	cvx
huber(x)	$\begin{cases} x^2, & x \leq 1 \\ 2 x - 1, & x > 1 \end{cases}$	cvx

Ví dụ: ta có thể kiểm tra đưa $f(x)$ về dạng lồi như sau: $\text{norm}(A*x - y) + 0.1*\text{norm}(x, 1)$, còn kết quả $f(x)$ lõm thì có thể xét: $\min(1 + 2*u, 1 - \max(2, v))$ và xét: $\text{sqrt}(v) - 4.55*\text{inv_pos}(u - v)$; trong đó u, v, x, y là các biến vô hướng.


Ngoài ra, ta có thể xem thêm các ví dụ về sử dụng CVX tại <http://cvxr.com/cvx/>

2. Khởi động CVX

Để khởi động phần mềm CVX ta thực hiện theo các bước sau:

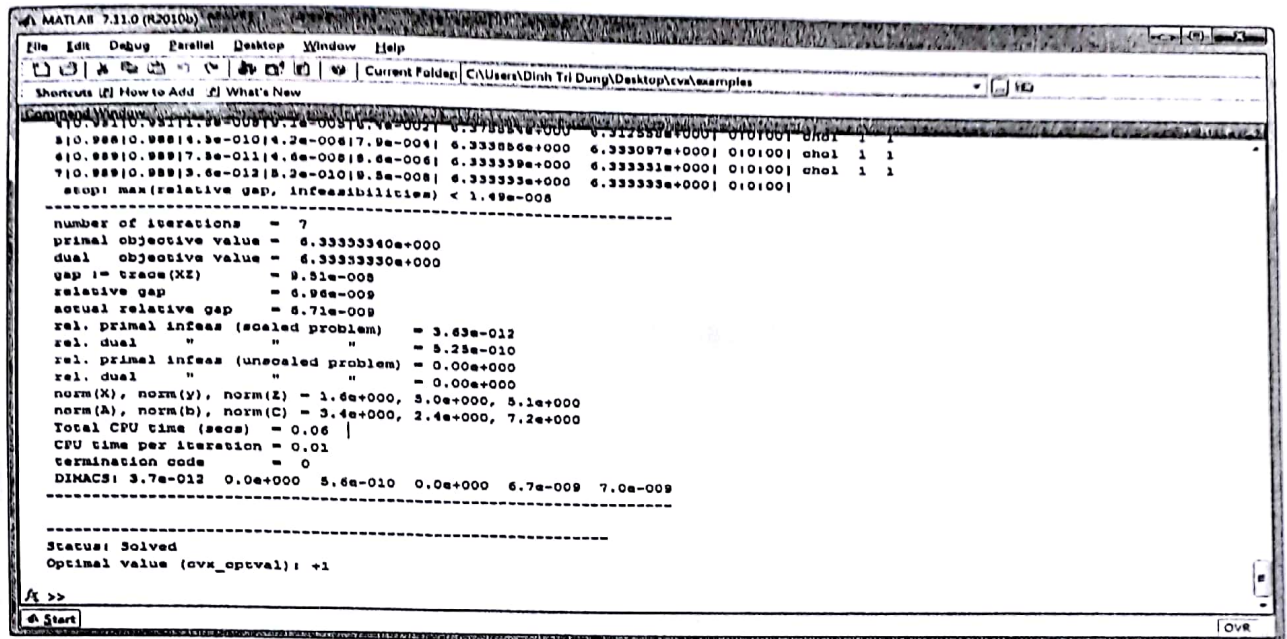
1. Vào cvx tại Folder trên Destop
2. Click đúp chuột vào cvx_setup
3. Chạy cvx_setup tại cửa sổ Command Window: $f_x \gg \text{cvx_setup}$ ấn Enter
4. Vào examples (giả sử có các file chương trình tại đây).
5. Chọn file chạy chạy chương trình:

Cách 1: click đúp chuột vào file cần chạy.
File sẽ được mở tại editor.

Chạy file: ấn F5 hoặc click vào  để chạy chương trình.

Cách 2: Chạy file tại cửa sổ Command Window: `f_x>>vd1.m` ấn Enter.

3. Giới thiệu cửa sổ Command Window



Ta xét ví dụ rất quen trong qui hoạch tuyến tính sau đây:

Cho bài toán qui hoạch tuyến tính

$$\text{Min } (x_1 + x_2 + x_3)$$

thỏa mãn điều kiện

$$\begin{cases} -x_1 + x_2 + 2x_3 & = 2 \\ x_1 & - x_3 + x_5 & = 3 \\ 2x_1 & + x_3 + x_4 & = 4 \\ x_j \geq 0, X=(x_j); j=1..5 \end{cases}$$

a) Viết chương trình CVX giải bài toán.

b) Hãy cho biết: `cvx_optval`, `x`, `n`, `d`, `b`, `c` sau khi chạy chương trình.

Để thực hiện chạy chương trình bài toán qui hoạch trên, sau khi thực hiện các bước khởi động CVX, tại cửa sổ Command Window như hình trên ta gõ

```
>> cd cvx
```

```
>> cvx setup
```

Giải câu a) như sau trong cửa sổ soạn thảo CVX:

```
% giai bai toan qh tt bang don hinh
```

```
echo on
```

```
% khai bao so bien
```

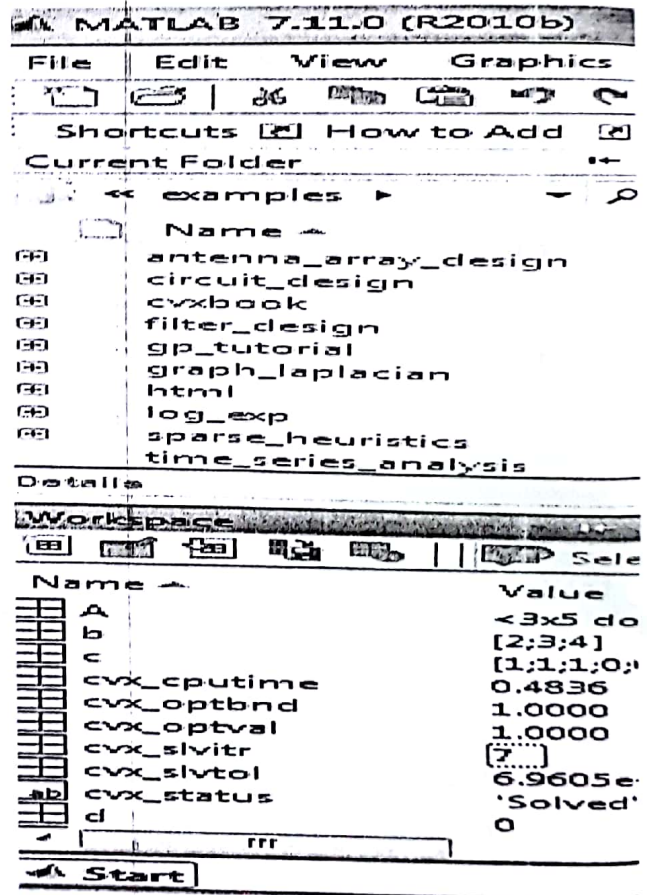
```
n = 5;
```

```
% định nghĩa a, b, c, d
A = [ -1 1 2 0 0;
      1 0 -1 0 1;
      2 0 1 1 0];
b = [ 2; 3; 4 ];
c = [ 1; 1; 1; 0; 0];
d = 0;
```

```
% sử dụng cvx
cvx_begin
variable x(n)
minimize( c' * x + d )
subject to
    A * x == b;
    x >= 0;
cvx_end
% kết thúc sử dụng cvx
```

Ấn F5 để chạy chương trình. Tại cửa sổ Command Window, ta gõ `f_x>> x` để biết nghiệm

```
x =
    0.0000
    0.0000
    1.0000
    3.0000
    4.0000
f_x>> n =
     5
f_x>> d =
     0
f_x>> b =
     2
     3
     4
f_x>> c =
     1
     1
     1
     0
     0
```



Ngoài ra cho ta biết Status: Solved

Optimal value (cvx_optval): +1

Nhìn vào cửa sổ phía dưới bên trái của màn hình, cho ta biết ma trận A, b, c. Thời gian chạy, $cvx_optval = f(x^*)$, x^* , d, n,...

Giải các bài toán tối ưu lồi bằng CVX

Ở đây ta bỏ qua các khái niệm, tính chất về tối ưu lồi. Các bạn có thể đọc thêm tài liệu tại S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*, Cambridge University Press, 2004, để nắm vững về tối ưu lồi. Sau đây, chúng tôi đưa ra các ví dụ đơn giản giải bài toán qui hoạch tuyến tính và tối ưu lồi bằng CVX.

3.1. Một số ví dụ đơn giản giải bài toán tối ưu bằng CVX

Cấu trúc bài toán tối ưu lồi viết dạng tường minh như sau

$$\begin{aligned} & \text{minimize } f_0(x) \\ & \text{thỏa mãn điều kiện} \\ & f_l(x) \leq 0, \quad l = 1, \dots, m \\ & h_l(x) = 0, \quad l = 1, \dots, p. \end{aligned}$$

trong đó f_0 and f_l là hàm lồi và h_l là affine.

Trong CVX viết là đoạn chương trình bài toán trên là

```
cvx begin
variables x(n)
minimize(f0(x))
subject to
f(x) <= 0
A * x - b == 0
cvx end
```

Ta cần giải tìm giá trị tối ưu `cvx optval` – the optimal value, nghiệm tối ưu `cvx status` – solver status,..

Sau đây là một số bài toán tối ưu sử dụng CVX để giải:

Ví dụ 1: Giải bài toán tối ưu, tìm

$$\begin{aligned} & \text{minimize}(x + y) \\ & \text{thỏa mãn điều kiện } x \geq 1, y = 2. \end{aligned}$$

<u>Đoạn chương trình trong CVX:</u>	<u>Kết quả chạy chương trình CVX</u>
<code>cvx begin</code>	<code>>> x</code>
<code>variables x(1)</code>	<code>1</code>
<code>y(1)</code>	<code>>> y</code>
<code>minimize(x + y)</code>	<code>2</code>
<code>subject to</code>	<code>>> cvx optval</code>
<code>x >= 1</code>	<code>3</code>
<code>y == 2</code>	<code>>> cvx status</code>
<code>cvx end</code>	<code>Solved</code>

<p><i>Vi dụ 2:</i> Giải bài toán tối ưu</p> <p>Tim maximize $c^T x$</p> <p>thỏa mãn điều kiện</p> $Ax = b$ $x \geq 0$	<p><u>Đoạn chương trình trong CVX:</u></p> <pre>cvx begin variables x(n) maximize(c' * x) subject to A * x == b x >= 0 cvx end</pre>
--	---

3.2. Một số dạng bài toán tối ưu lồi giải bằng CVX

Mục này chúng tôi giới thiệu dạng tổng quát giải bài toán tối ưu lồi như sau:

Tim x để đạt min $\|Ax-b\|_p$

thỏa mãn điều kiện $x \in C$ – tập lồi, đóng.

Ta nghiên cứu các trường hợp $p=1$ và $p=2$.

Với $p=1$, bài toán trở thành là “Tim x để đạt min $\|Ax-b\|_1$ thỏa mãn điều kiện $x \in C$ – tập lồi, đóng”. Câu lệnh CVX: minimize(norm(A* x - b, 1)).

Bài 1: Cho ma trận A , b . Tim x để : min $\|Ax-b\|_1$

với $x=(x_1, x_2)$; $A = \text{randn}(2,n)$; $b = \text{randn}(2,1)$;

thỏa mãn điều kiện: $-0.5 \leq x_j \leq 0.3$; $x=(x_j)$, $j=1..n$.

a) Viết chương trình giải bài tối ưu lồi bằng CVX.

b) Cho biết kết quả chạy chương trình CVX: cvx_optval, A , b , x .

<p>Sau đây là đoạn chương trình giải bài tối ưu lồi bằng CVX:</p> <pre>echo on A = randn(2,n); b = randn(2,1); cvx_begin variable x(n) minimize(norm(A* x - b, 1)) subject to -0.5 <= x; 0.3 >= x; cvx_end echo off</pre>	<p>Kết quả chạy chương trình CVX:</p> <pre>>> x = -0.2396 0.3000 >> b = -0.1867 0.7258 >> A = 1.1892 0.3273 -0.0376 0.1746 >> A*x-b ans = -0.0000 -0.6644 >> cvx_optval cvx_optval = 0.6644</pre>
---	---

Với $p=2$ trở thành *Bài toán bình phương tối thiểu*.

Ví dụ 2: (Bài toán bình phương tối thiểu)

Cho ma trận A, b . Tìm x để $\min \|Ax-b\|^2$.

Bài 2:

Tìm x để $\min \|Ax-b\|^2$, với

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad b = \begin{pmatrix} 7 \\ 8 \\ 9 \end{pmatrix}.$$

a) Viết chương trình giải bài tối ưu lồi bằng CVX.

b) Cho biết kết quả chạy chương trình CVX: `cvx_optval, A, b, x`.

Ta có thể viết bằng CVX:	Kết quả chạy chương trình CVX:
<code>% giai bt bình phương tối thiểu bằng tối ưu lồi</code>	<code>>> x =</code>
<code>% min Ax - b ²</code>	<code>-6.0000</code>
<code>% x=(A'*A)\(A'*b)</code>	<code>6.5000</code>
<code>echo on</code>	<code>>> A =</code>
<code>% định nghĩa A, b, c</code>	<code>1 2</code>
<code>A=[1, 2;</code>	<code>3 4</code>
<code>3, 4;</code>	<code>5 6</code>
<code>5, 6];</code>	<code>>> cvx_optval =</code>
<code>b=[7;8;9];</code>	<code>-8.9644e-008</code>
<code>cvx_begin</code>	<code>>> A*x</code>
<code>variable x(n)</code>	<code>ans =</code>
<code>minimize(sum_square(A*x-b))</code>	<code>7.0000</code>
<code>cvx_end</code>	<code>8.0000</code>
<code>echo off</code>	<code>9.0000</code>

Kết luận: CVX là phần mềm modeling cho các bài toán quy hoạch lồi và tối ưu lồi. Đây là phần mềm viết trên Matlab. Phần mềm này rất hữu ích trong Khoa học Máy tính. Bài báo đã giới thiệu cửa sổ Command Window, khởi động phần mềm CVX, nêu dạng tổng quát bài toán qui hoạch tuyến tính, bài toán tối ưu lồi. Từ đó áp dụng giải các bài toán tối ưu lồi bằng CVX. Đây là chủ đề có thể tham khảo để nghiên cứu tối ưu hóa.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Nguyễn Địch, *Tối ưu hoá*, NXB ĐHQG Hà Nội, 2004.
- [2] Nguyễn Thanh Hải, *Tối ưu hoá (Giáo trình cho ngành Tin học và CNTT)*, NXB Bách khoa, 2006.
- [3] Bùi Minh Trí, *Tối ưu hoá*, NXB Khoa học kỹ thuật, 2005
- [4] D. Bertsimas and J. N. Tsitsiklis, *Introduction to Linear Optimization*, 3rd Ed., Athena Scientific, 2010.
- [5] S. Boyd and L. Vandenberghe, *Convex Optimization*, Cambridge University Press, 2004.
- [6] <http://cvxr.com/cvx/>

Introduction to the CVX software for solving convex optimization problems

Summary: CVX is a software package that runs in Matlab, and it has many applications to deal with problems in the real world. In this paper, we introduce the CVX software and present some simple examples for solving linear programming and convex optimization problems using the CVX.