BỘ GIÁO DỤC VÀ ĐÀO TẠO
TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH

Tạp chí KHOA HỌC

JOURNAL OF SCIENCE

CÁC NGÀNH KHOA HỌC TỰ NHIÊN
NATURAL SCIENCES

TẬP XXXVI SỐ 3A - 2007

ĐẠI HỌC VINH
TẠP CHÍ KHOA HỌC
Tập 36, Số 3A/2007

VINH UNIVERSITY
JOURNAL OF SCIENCE
Vol. 36, № 3A/2007

Xuất bản theo giấy phép hoạt động báo chí số 211/GP-BVHTT ngày 15 tháng 7 năm 2003 của Bộ Văn hóa - Thông tin. In 300 bản tại Xưởng in Đại học Vinh. Nộp lưu chiểu 01/2008.
Địa chỉ liên hệ: Phòng Quản lý Khoa học - Thiết bị, Đại học Vinh, 182 Lê Duẩn, TP. Vinh, Nghệ An. Điện thoại: 038.3856700, Fax: 84.38.3855269, Email: tcdhv@yahoo.com.

MỤC LỤC

trang

1. **Nguyễn Thị Ngọc Diệp,** *Nhóm tôpô luỹ linh xạ ảnh địa phương* 5

2. **Nguyễn Thanh Diệu,** *Về tính ổn định tiệm cận bình phương trung bình của hệ phương trình vi phân ngẫu nhiên có trễ* 13

3. **Nguyễn Văn Đức,** *Đánh giá tính ổn định cho phương trình dạng Burgers ngược thời gian* 19

4. **Lê Thanh Hoa, Nguyễn Thị Thanh Hiền,** *Về một mô hình bài toán quy hoạch ngẫu nhiên* 27

5. **Võ Thị Hoà, Đinh Thị Trường Giang,** *So sánh khả năng chiết rút chì di động trong đất của một số dung dịch chiết rút khi định lượng Pb (II) bằng phương pháp Von-ampe hoà tan anot xung vi phân (DPASV)* 35

6. **Hồ Sỹ Hùng, Ngô Sỹ Tùng,** *Một số kết quả về V-môđun* 41

7. **Đinh Xuân Khoa, Nguyễn Việt Hưng,** *Phương trình lan truyền xung cực ngắn trong môi trường Keer* 47

8. **Thiều Đình Phong,** *Chỉ số thu gọn của iđêan tham số của môđun tựa Buchsbaum* 55

9. **Hoàng Xuân Quang, Hoàng Ngọc Thảo, Hồ Anh Tuấn, Cao Tiến Trung, Nguyễn Văn Quế,** *Kết quả điều tra nghiên cứu Thành phần loài Lưỡng cư Bò sát Vườn quốc gia Bạch Mã (1996 - 2006)* 63

10. **Phạm Quang Trình, Trần Hữu Tâm,** *Nén ảnh fractal* 73

CHỈ SỐ THU GỌN CỦA IĐÊAN THAM SỐ CỦA MÔĐUN TỰA BUCHSBAUM

THIỀU ĐÌNH PHONG [a]

Tóm tắt. Trong bài báo này, chúng tôi chứng minh rằng nếu M là môđun tựa Buchsbaum với chiều d trên vành Noether địa phương (A, m), thì tồn tại một số nguyên l sao cho mọi iđêan tham số của M nằm trong m^l có chỉ số thu gọn không đổi. Từ đó đưa ra một số hệ quả về môđun giả Buchsbaum, môđun Cohen Macaulay suy rộng và vành Gorenstein. Các kết quả này là mở rộng một vài kết quả gần đây của Goto và Sakurai.

1. MỞ ĐẦU

Trong toàn bộ bài viết, chúng ta luôn giả thiết A là vành giao hoán có đơn vị, Noether địa phương với iđêan tối đại là m, trường thặng dư $k = A/m$ và M là một A-môđun hữu hạn sinh với chiều Krull là $\dim M = d$, $\mathrm{H}^i_m(M)$ là môđun đối đồng điều địa phương thứ i của M. Với N là môđun con của M, *chỉ số thu gọn* của N được định nghĩa là số môđun con bất khả quy xuất hiện trong phân tích thu gọn của N như là giao của các môđun bất khả quy và chỉ số này là hằng số đối với mỗi môđun con N. Giả sử $q = (x_1, .., x_d)A$ là một iđêan tham số của M, ta định nghĩa *chỉ số thu gọn* của iđêan tham số q đối với M là chỉ số thu gọn của môđun con qM, kí hiệu là $\mathrm{N}_A(q; M)$. Năm 2003, S. Goto và H. Sakurai đã chứng minh rằng nếu M là môđun Buchsbaum thì tồn tại một số nguyên l sao cho mọi iđêan tham số của M nằm trong m^l có chỉ số thu gọn bằng nhau [5]. Tiếp theo những kết quả này, năm 2004, Jung Chen Liu và Mark W. Roger đã chứng minh rằng nếu M là môđun Cohen Macaulay suy rộng (một lớp môđun mở rộng của môđun Buchsbaum) thỏa mãn tính chất là hầu hết các môđun đối đồng điều địa phương $\mathrm{H}^i_m(M)$ của M bằng 0 trừ các giá trị $i \in \{0, r, d\}$ với $0 \leqslant r \leqslant d$, khi đó tồn tại một số nguyên l sao cho chỉ số thu gọn của mọi iđêan tham số của M nằm trong m^l là hằng số. Kết quả này đòi hỏi hầu hết các môđun đối đồng điều địa phương của M đều triệt tiêu. Có một câu hỏi được đặt ra là nếu có nhiều môđun đối đồng điều địa phương khác không thì M có còn tính chất này nữa hay không? Từ đó chúng tôi nghiên cứu lớp môđun có tính chất là các môđun đối đồng diều của nó bị triệt hoá bởi iđêan tối đại m (hay $m.H^i_m(M) = 0, 0 \leqslant i < d$ và M chính là môđun tựa Buchsbaum) để kiểm tra M có tính chất là chỉ số thu gọn của mọi iđêan tham số của M nằm trong một luỹ thừa nào đó của m là hằng số hay không? Và chúng tôi đã chứng minh được rằng trong trường hợp này câu trả lời là có.

Kết quả chính là Định lý 3.5, khẳng định rằng: *"Nếu M là môđun tựa Buchsbaum thì M có chỉ số thu gọn của các iđêan tham số nằm trong một lũy thừa nào đó của m là hằng số"*.

[1] Nhận bài ngày 28/6/2007. Sửa chữa xong ngày 20/10/2007.

Từ đó chúng tôi có một số hệ quả về môđun giả Buchsbaum, môđun Cohen Macaulay suy rộng và vành Gorenstein.

2. CÁC KHÁI NIỆM VÀ TÍNH CHẤT CƠ BẢN

Cho A là một vành Noether địa phương với iđêan tối đại là m, trường thặng dư $k = A/m$, M là A-môđun hữu hạn sinh, $\underline{x} = (x_1, \ldots, x_d)$ là một hệ tham số của M và $q = \underline{x}A$ là iđêan tham số tương ứng. Đặt

$$Q_M(q) = Q_M(\underline{x}) := \bigcup_{t>0} \left((x_1^{t+1}, \ldots, x_d^{t+1})\, M :_M x_1^t \ldots x_d^t \right),$$

$$I(M) := \sum_{i=0}^{d-1} \binom{d-1}{i} \ell(\mathrm{H}_m^i(M)),$$

$$J(M) := \sum_{i=1}^{d-1} \binom{d-1}{i-1} \ell(\mathrm{H}_m^i(M)).$$

Ta xét các hàm theo $\underline{x}$ hoặc theo q như sau

$$I(q; M) = I(\underline{x}; M) = \ell(M/qM) - e(\underline{x}; M),$$

$$J(q; M) = J(\underline{x}; M) = e(\underline{x}; M) - \ell(M/Q_M(\underline{x})).$$

Định nghĩa 2.1. Cho A là vành Noether địa phương với iđêan tối đại là m, trường thặng dư $k = A/m$, M là A-môđun hữu hạn sinh.

(i) Tổng của tất cả các môđun con đơn của M được gọi là *đế* của môđun M và kí hiệu là $\mathrm{Soc}(M)$. Ta có $\mathrm{Soc}\,(M) = (0 :_M m)$ và $\mathrm{Soc}\,(M) \cong \mathrm{Hom}_A(k, M)$. Do đó $\mathrm{Soc}\,(M)$ có thể xem là một không gian vécto trên trường k và chiều của nó được kí hiệu là $\mathrm{Socdim}(M)$.

(ii) *Thành phần không trộn lẫn* của môđun con $N \subseteq M$, ký hiệu là $\mathrm{U}(N)$, là giao của các thành phần nguyên sơ có chiều Krull của iđêan nguyên tố tương ứng là lớn nhất và bằng $\dim M/N$ trong phân tích nguyên sơ của N và nó không phụ thuộc vào bất kỳ sự phân tích nguyên sơ nào của N.

Định nghĩa 2.2. Cho A là vành Noether địa phương với iđêan tối đại là m, M là A-môđun hữu hạn sinh.

(i) Hệ tham số $\underline{x} = (x_1, \ldots, x_d)$ của M được gọi là *hệ tham số chuẩn tắc* nếu

$$I(x_1^2, \ldots, x_d^2; M) = I(x_1, \ldots, x_d; M).$$

(ii) Iđêan a của vành A được gọi là *iđêan chuẩn tắc* của môđun M nếu mọi hệ tham số $(x_1, \ldots, x_d)$ của M chứa trong a là hệ tham số chuẩn tắc. Khi đó, với $1 \leqslant r \leqslant d$, ta có

$$((x_1, \ldots, x_{r-1})\, M :_M x_r) = ((x_1, \ldots, x_{r-1})\, M :_M a)\,.$$

Mệnh đề 2.3. *(xem [10]) Các điều kiện sau là tương đương*

(i) M là môđun Cohen Macaulay suy rộng.

(ii) Tồn tại một iđêan $\mathfrak{a}$ là iđêan chuẩn tắc của M và khi đó mọi iđêan tham số nằm trong $\mathfrak{a}$ cũng là iđêan chuẩn tắc của M.

(iii) $\ell(\mathrm{H}^i_m(M)) < \infty \ (0 \leqslant i \leqslant d-1)$.

(iv) Tồn tại $\underline{x} = (x_1, \ldots, x_d)$ là một hệ tham số chuẩn tắc của M. Khi đó, ta có

$$I(\underline{x}; M) = I(M).$$

(v) Tồn tại số nguyên n sao cho $I(q; M) = I(M)$ với mọi iđêan tham số q nằm trong m^n.

Mệnh đề 2.4. *(xem [1]) Cho M là môđun Cohen Macaulay suy rộng và $\underline{x} = (x_1, \ldots, x_d)$ là một hệ tham số chuẩn tắc của M. Khi đó ta có*

$$J(\underline{x}; M) = J(M).$$

Mệnh đề 2.5. *(xem [8]) Cho M là môđun Cohen Macaulay suy rộng và $\mathfrak{a}$ là một iđêan chuẩn tắc của M. Giả sử $x_1, \ldots, x_r \ (0 \leqslant r \leqslant d)$ là một phần của một hệ tham số nào đó của M. Nếu $(x_1, \ldots, x_r)A \subseteq \mathfrak{a}$, khi đó ta có*

$$\mathrm{U}\left((x_1, \ldots, x_{r-1})\, M\right) = \left((x_1, \ldots, x_{r-1})\, M :_M x_r\right).$$

Định nghĩa 2.6. Một dãy các phần tử $x_1, \ldots, x_r \in m$ được gọi là một *M-dãy yếu* nếu với mỗi $i = 1, \ldots, r$ ta có

$$(x_1, \ldots, x_{i-1})\, M :_M x_i = (x_1, \ldots, x_{i-1})\, M :_M m.$$

Cho $\mathfrak{a}$ là một iđêan của A. Dãy các phần tử $x_1, \ldots, x_r \in m$ được gọi là một *M-dãy $\mathfrak{a}$-yếu* nếu với mỗi $i = 1, \ldots, r$ ta có

$$(x_1, \ldots, x_{i-1})\, M :_M x_i = (x_1, \ldots, x_{i-1})\, M :_M \mathfrak{a}.$$

Mệnh đề 2.7. *(xem [9]) Cho M là A-môđun Noether với chiều Krull* $\dim M = d > 0$. *Khi đó các khẳng định sau là tương đương*

(i) Tồn tại một hệ tham số của M trong m^2 là một M-dãy yếu.

(ii) Mọi hệ tham số của M trong m^2 là một M-dãy yếu.

(iii) $m\,\mathrm{H}^i_m(M) = 0$ *với mọi i thỏa mãn* $0 \leqslant i \leqslant d-1$.

Định nghĩa 2.8. Môđun M thỏa mãn một trong các điều kiện tương đương của Mệnh đề 2.12 được gọi là môđun *tựa Buchsbaum*. Vành A được gọi là vành *tựa Buchsbaum* nếu A là môđun tựa Buchsbaum trên chính nó.

Chú ý: Theo [9] ta có môđun Buchsbaum là môđun tựa Buchsbaum và lớp môđun tựa Buchsbaum chứa thực sự lớp môđun Buchsbaum.

Định nghĩa 2.9. *(xem [2])* Một môđun M được gọi là môđun *giả Buchsbaum* nếu với mọi iđêan tham số q của M, ta có

$$J(q; M) = J(M).$$

Định nghĩa 2.10. Vành A được gọi là *Gorenstein* nếu A là vành Cohen Macaulay và tồn tại iđêan tham số của A là iđêan bất khả quy (khi đó mọi iđêan tham số của A cũng là iđêan bất khả quy).

3. CÁC KẾT QUẢ

Bổ đề 3.1. *(xem [7]) Chỉ số thu gọn của môđun con $N \subseteq M$ được cho bởi công thức*

$$\mathrm{N}_A(N; M) = \dim_k \mathrm{Hom}_A(k, M/N) = \mathrm{Socdim}(M/N) = \ell(0 :_M m).$$

Mệnh đề 3.2. *(xem [8]) Giả sử $W = \mathrm{H}^0_m(M)$. Khi đó tồn tại một số nguyên n sao cho với mọi iđêan tham số q của M nằm trong m^n, chỉ số thu gọn của q được cho bởi công thức*

$$\mathrm{N}_A(q; M) = \mathrm{Soc\,dim}(M) + \mathrm{N}_A(q; M/W).$$

Mệnh đề 3.3. *(xem [9]) Cho M là môđun Cohen Macaulay suy rộng và a là một iđêan chuẩn tắc của M. Giả sử $x_1, x_2, \ldots, x_r$ $(1 \leqslant r \leqslant d)$ là một phần của một hệ tham số của M. Nếu $(x_1, x_2, \ldots, x_r)A \subseteq a$, khi đó với mọi số nguyên $n_1, n_2, \ldots, n_r \geqslant 1$, ta có*

$$\left(\left(x_1^{n_1+1}, \ldots, x_r^{n_r+1}\right) M :_M x_1^{n_1} \ldots x_r^{n_r}\right) = (x_1, \ldots, x_r) M + \sum_{i=1}^{r} \mathrm{U}\left((x_1, \ldots, \widehat{x_i}, \ldots, x_r) M\right).$$

Mệnh đề 3.4. *Cho M là môđun Cohen Macaulay suy rộng với chiều Krull $d > 0$. Khi đó tồn tại một số nguyên l sao cho với mọi iđêan tham số $q \subseteq m^l$, chỉ số thu gọn của q được cho bởi công thức*

$$\mathrm{N}_A(q; M) = \mathrm{Soc\,dim}\left(\sum_{i=1}^{d} \frac{U_i + qM}{qM}\right) + \mathrm{Soc\,dim}\left(\mathrm{H}^d_m(M)\right),$$

trong đó $$U_i = \mathrm{U}\left((x_1, \ldots, \widehat{x_i}, \ldots, x_d) M\right).$$

Chứng minh. Do M là môđun Cohen Macaulay suy rộng nên tồn tại a là iđêan chuẩn tắc của M [9]; từ đó mọi hệ tham số của M nằm trong a là một M-dãy a-yếu [9]. Suy ra, với mỗi hệ tham số $x_1, \ldots, x_d$ của M nằm trong a và mọi số nguyên $n \geqslant 1$, bởi [9], ta có

$$(x_1^{n+1}, \ldots, x_d^{n+1}) M :_M (x_1 \ldots x_d)^n = (x_1, \ldots, x_d) M + \sum_{i=1}^{d} ((x_1, \ldots, \widehat{x_i}, \ldots, x_d) M :_M a).$$

Mặt khác, do tính chuẩn tắc của iđêan a nên ta có

$$(x_1, \ldots, x_d) M + \sum_{i=1}^{d} ((x_1, \ldots, \widehat{x_i}, \ldots, x_d) M :_M a) = \sum_{i=1}^{d} (((x_1, \ldots, \widehat{x_i}, \ldots, x_d) M :_M x_i) + x_i M).$$

Đặt $U_i = \mathrm{U}((x_1, \ldots, \widehat{x_i}, \ldots, x_d) M)$. Do $U_i = ((x_1, \ldots, \widehat{x_i}, \ldots, x_d) M :_M x_i)$, ta có

$$(x_1^{n+1}, \ldots, x_d^{n+1}) M :_M (x_1 \ldots x_d)^n = \sum_{i=1}^{d} (\mathrm{U}_i + x_i M).$$

Bởi [5], ta có thể chọn một số nguyên l đủ lớn sao cho với mọi iđêan tham số q nằm trong m^l, ánh xạ chính tắc $\varphi : M/qM \longrightarrow \mathrm{H}^d_m(M)$ là toàn ánh trên đế; tức là $\mathrm{Hom}_A(k, .)$ là toàn ánh. Ta cũng có thể chọn l đủ lớn sao cho $m^l \subseteq a$.

Giả sử $q = (x_1, \dots, x_d)$ là một iđêan tham số của M được chứa trong m^l. Gọi K là hạt nhân của đồng cấu chính tắc φ từ M/qM vào $\mathrm{H}^d_m(M)$. Theo định nghĩa của giới hạn thuận, ta có

$$K = \frac{\bigcup_{n\geqslant 1}(x_1^{n+1}, \dots, x_d^{n+1})M :_M (x_1 \dots x_d)^n}{qM} = \sum_{i=1}^{d} \frac{U_i + x_i M}{qM}.$$

Tác động hàm tử $\mathrm{Hom}_A(k, .)$ vào dãy khớp

$$0 \longrightarrow K \longrightarrow M/qM \longrightarrow \mathrm{H}^d_m(M)$$

và sử dụng tính chất toàn ánh trên đế của φ ta có dãy khớp mới

$$0 \longrightarrow \mathrm{Soc}(K) \longrightarrow \mathrm{Soc}\,(M/qM) \longrightarrow \mathrm{Soc}(\mathrm{H}^d_m(M)) \longrightarrow 0.$$

Do đó

$$\begin{aligned} \mathrm{N}_A(q; M) &= \ell(\mathrm{Soc}(M/qM)) = \ell(\mathrm{Soc}(K)) + \ell(\mathrm{Soc}(\mathrm{H}^d_m(M)) \\ &= \mathrm{Soc}\dim\left(\sum_{i=1}^{d} \frac{U_i + qM}{qM}\right) + \mathrm{Soc}\dim\left(\mathrm{H}^d_m(M)\right). \end{aligned}$$ □

Định lý 3.5. *Cho M là môđun tựa Buchsbaum. Khi đó tồn tại một số nguyên l sao cho chỉ số thu gọn của mọi iđêan tham số $q = (x_1, \dots, x_d)A$ nằm trong m^l là bằng nhau và bằng hằng số*

$$\mathrm{N}_A(q; M) = \sum_{i=0}^{d} \binom{d}{i} \mathrm{Soc}\dim(\mathrm{H}^i_m(M)).$$

Chứng minh. Nếu $d = 0$, khi đó M là môđun Cohen Macaulay nên định lý được chứng minh. Nếu $d > 0$ và $\operatorname{depth} M = 0$, đặt $W = \mathrm{H}^0_m(M)$ và $\overline{M} = {}^{M}/_{W}$. Theo Mệnh đề 3.2, tồn tại một số nguyên n sao cho chỉ số thu gọn của các iđêan tham số q nằm trong m^n được cho bởi công thức

$$\mathrm{N}_A(q; M) = \mathrm{Soc}\dim(M) + \mathrm{N}_A(q; \overline{M}).$$

Do $\mathrm{H}^i_m(\overline{M}) \cong \mathrm{H}^i_m(M)$ với mọi $i > 0$ nên ta có thể giả thiết số nguyên $l \geqslant n$ và thay M bởi $\overline{M}$. Vì vậy không mất tính tổng quát, giả sử $\operatorname{depth} M > 0$. Khi đó theo Mệnh đề 3.4, ta có

$$\mathrm{N}_A(q; M) = \mathrm{Soc}\dim\left(\sum_{i=1}^{d} \frac{U_i + qM}{qM}\right) + \mathrm{Soc}\dim\left(\mathrm{H}^d_m(M)\right).$$

Mặt khác, môđun tựa Buchsbaum là môđun Cohen Macaulay suy rộng nên áp dụng Mệnh đề 2.7 ta có m^2 chính là một iđêan chuẩn tắc của M. Do đó, với $l \geqslant 2$, áp dụng

Mệnh đề 3.3, suy ra

$$\sum_{i=1}^{d} \frac{U_i + qM}{qM} = \frac{\sum_{i=1}^{d} U_i + qM}{qM} = \frac{Q_M(q)}{qM}.$$

Theo Mệnh đề 2.5 và Định nghĩa 2.6 của M-dãy yếu ta có

$$\begin{aligned} U_i = \mathrm{U}\left((x_1, \ldots, \widehat{x_i}, \ldots, x_d) M\right) &= \left((x_1, \ldots, \widehat{x_i}, \ldots, x_d) M :_M x_i\right) \\ &= \left((x_1, \ldots, \widehat{x_i}, \ldots, x_d) M :_M m\right) \subseteq (qM :_M m). \end{aligned}$$

Do đó $m\, U_i \subseteq qM, \forall i = 1, \ldots, d$. Suy ra $m \sum_{i=1}^{d} U_i \subseteq qM$ hay $m \frac{Q_M(q)}{qM} = 0$. Từ đó ta có

$$\operatorname{Soc} \dim \left(\sum_{i=1}^{d} \frac{U_i + qM}{qM} \right) = \operatorname{Soc} \dim \left(\frac{Q_M(q)}{qM} \right) = \ell\left(0 :_{\frac{Q_M(q)}{qM}} m\right) = \ell\left(\frac{Q_M(q)}{qM}\right).$$

Theo Mệnh đề 2.3 và Mệnh đề 2.4, ta có $I(\underline{x}; M) = I(M)$, $J(\underline{x}; M) = J(M)$. Suy ra

$$\begin{aligned} I(q; M) + J(q; M) &= I(M) + J(M) \\ &= \sum_{i=0}^{d-1} \binom{d-1}{i} \ell(\mathrm{H}^i_m(M)) + \sum_{i=1}^{d-1} \binom{d-1}{i-1} \ell(\mathrm{H}^i_m(M)) \\ &= \sum_{i=0}^{d-1} \binom{d}{i} \ell(\mathrm{H}^i_m(M)). \end{aligned}$$

Mặt khác

$$\begin{aligned} I(q; M) + J(q; M) &= \ell(M/qM) - e(q; M) + e(q; M) - \ell(M/Q_M(q)) \\ &= \ell(M/qM) - \ell(M/Q_M(q)) = \ell(Q_M(q)/qM). \end{aligned}$$

Suy ra

$$\ell(Q_M(q)/qM) = \sum_{i=0}^{d-1} \binom{d}{i} \ell(\mathrm{H}^i_m(M)).$$

Do $m\,\mathrm{H}^i_m(M) = 0, i = 1, ..., d-1$, nên $\operatorname{Soc}(\mathrm{H}^i_m(M)) = \mathrm{H}^i_m(M)$. Từ đó ta có

$$\mathrm{N}_A(q; M) = \ell\left(\frac{Q_M(q)}{qM}\right) + \operatorname{Soc}\dim\left(\mathrm{H}^d_m(M)\right) = \sum_{i=0}^{d} \binom{d}{i} \operatorname{Soc}\dim(\mathrm{H}^i_m(M)).$$

Hệ quả 3.6. *Cho M là môđun Cohen Macaulay suy rộng, giả Buchsbaum. Khi đó tồn tại một số nguyên l sao cho chỉ số thu gọn của mọi iđêan tham số được chứa trong m^l là hằng số.*

Chứng minh. Theo [2] ta có $\overline{M} = M/_{\mathrm{H}^0_m(M)}$ là môđun Buchsbaum. Do đó $\mathrm{N}_A(q; \overline{M}) =$ const. Sử dụng Mệnh đề 3.2, ta có điều phải chứng minh.

Mệnh đề 3.7. *Cho M là môđun Cohen Macaulay suy rộng sao cho có một hệ tham số $(x_1, \ldots, x_d)$ thỏa mãn $(x_1^2, \ldots, x_d^2)$ là M-dãy yếu. Khi đó tồn tại số nguyên l để với mọi iđêan tham số $q \subseteq m^l$, chỉ số thu gọn của q là hằng số và được cho bởi công thức*

$$\mathrm{N}_A(q; M) = \sum_{i=0}^{d} \binom{d}{i} \mathrm{Soc}\dim(\mathrm{H}^i_m(M)).$$

Chứng minh. Được suy ra trực tiếp từ Mệnh đề 2.7 và Định lý 3.5.

Hệ quả 3.8. *Cho A là vành tựa Buchsbaum. Khi đó A là vành Gorenstein nếu và chỉ nếu mọi luỹ thừa của m có chứa một iđêan tham số bất khả quy.*

Chứng minh. Rõ ràng nếu A là vành Gorenstein thì A là vành tựa Buchsbaum và mọi iđêan tham số của A là bất khả quy. Ngược lại, giả sử mọi lũy thừa của m có chứa một iđêan bất khả quy. Theo Định lý 3.5, mỗi iđêan tham số chứa trong một lũy thừa đủ lớn của m có chỉ số thu gọn là

$$\sum_{i=0}^{d} \binom{d}{i} \mathrm{Soc}\dim(\mathrm{H}^i_m(A));$$

và chỉ số này bằng 1 (iđêan tham số là bất khả quy). Do $\mathrm{H}^d_m(A)$ là môđun không Artin nên có đế khác không. Từ đó $\mathrm{Soc}(\mathrm{H}^i_m(A)) = 0$ $(i < d)$. Vì $\mathrm{H}^i_m(A)$ là môđun Artin có đế bằng 0 nên $\mathrm{H}^i_m(A) = 0$. Suy ra A chỉ có một môđun đối đồng điều địa phương khác không và do đó A là vành Cohen Macaulay. Mặt khác, tồn tại iđêan tham số là bất khả quy nên A là Gorenstein vành.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

[1] N. T. Cuong, N. T. Hoa and N. T. H. Loan, *On certain length functions associated to a system of parameters in local rings,* Vietnam Journal of Mathematics **27(3)** (1999), 259-272.

[2] N. T. Cuong and N. T. H. Loan, *A characterization for pseudo Buchsbaum modules,* Japan. J. Math., Vol. **30** (2004), 165-181.

[3] N. T. Cuong, P. Schenzel, N. V. Trung, *Verallgemeinerte Cohen-Macaulay-Moduln,* Math. Nachr., **85** (1978), 57-73.

[4] M. Fiorentini and L. T. Hoa, *Some remarks on generalized Cohen-Macaulay rings,* Bull. Belg. Math. Soc., **1** (1994),507-519.

[5] S. Goto and H. Sakurai, *The equality $I^2 = QI$ in Buchsbaum rings,* Rend. Sem. Mat. Univ. Padova, **110** (2003), 25-56.

[6] H. Matsumura, *Commutative ring theory,* Cambridge University Press, 1986.

[7] M. W. Rogers, *The index of reducibility for parameter ideals in low dimension,* Journal of Algebra, **278/2** (2004), 571-584.

[8] Jung-Chen Liu and M. W. Rogers, *The index reducibility of parameter ideal and motsly zero finite local cohomologies,* Comm. Alg., to appear.

[9] J. Stäuckrad and W. Vogel, *Buchsbaum rings and applications,* Spingger-Veriag, Berlin-Heidelberg-New York, 1986.

[10] Ngo Viet Trung, *Toward a theory of Generalized Cohen-Macaulay Modules,* Nagoya Math. J., Vol. **102** (1986), 1-49.

SUMMARY

THE INDEX OF REDUCIBILITY OF PARAMETER IDEALS ON QUASI BUCHSBAUM MODULES

In this paper we prove that if M is a quasi-Buchsbaum module with dimension d over Notherian local ring (A, m), then there exists an integer l such that every parameter ideal of M contained in m^l has the same index of reducibility. Then, we give some corollaries about pseudo-Buchsbaum modules, generelized Cohen Macaulay modules, and Gorenstein rings. These results are generalizations of Goto and Sakurai's ones.

(a) KHOA TOÁN, TRƯỜNG ĐẠI HỌC VINH.

CONTENTS

pp

1. **Nguyen Thi Ngoc Diep,** *Topological locally projective nilpotent groups* 5
2. **Nguyen Thanh Dieu,** *On the asymptotic stability in mean square of stochastic defferential equations with multiple delays* 13
3. **Nguyen Van Duc,** *Estimating stability for a burgers type equation backward in time* 19
4. **Le Thanh Hoa, Nguyen Thi Thanh Hien,** *On a model of stochastic programming problems* 27
5. **Vo Thi Hoa, Dinh Thi Truong Giang,** *Comparison of extractability of lead mobile form in soil of some extractants when quantitative determination of lead by differential pulse anodic stripping voltammetry (DPASV)* 35
6. **Ho Sy Hung, Ngo Sy Tung,** *Some results on V-modules* 41
7. **Dinh Xuan Khoa, Nguyen Viet Hung,** *Propagation equation for ultrashort pulses in Kerr medium* 47
8. **Thieu Dinh Phong,** *The index of reducibility of parameter ideals on quasi Buchsbaum modules* 55
9. **Hoang Xuan Quang, Hoang Ngoc Thao, Ho Anh Tuan, Cao Tien Trung, Nguyen Van Que,** *Results of the survey composition species of Amphibian and Reptiles in the Bach Ma national park (1996 - 2006)* 63
10. **Pham Quang Trinh, Tran Huu Tam,** *Fractal image compressions* 73