

SỬ DỤNG PHƯƠNG PHÁP NEWMARK GIẢI QUYẾT BÀI TOÁN MÔ HÌNH CẦU ĐƠN GIẢN DƯỚI TÁC DỤNG CỦA TẢI TRỌNG DI CHUYỂN

TS. PHAN HUY THIÊN, TS. NGUYỄN CẦN NGÔN
Trường Đại học Vinh

Tóm tắt: Trong bài báo này nhóm tác giả nghiên cứu giải quyết bài toán dao động của cầu dầm giản đơn chịu tải trọng di chuyển, ở đây tải trọng được mô hình là vật hai khối lượng. Bài báo lần lượt trình bày: cầu dầm đơn giản với mô hình hai khối lượng cho tải trọng di động, sau đó tiến tới thiết lập hệ phương trình vi phân, giải bài toán bằng phương pháp Newmark và được lập trình trên ngôn ngữ Matlab, cuối cùng chương trình lập ra sẽ được tính toán với các tham số thực tế.

Từ khóa: cầu dầm đơn giản, phân tích dao động, mô hình tải trọng hai khối lượng, phần tử hữu hạn, tải trọng di động

Abstract: In this paper the authors study to solve simple span bridge vibration under moving loads, here loads are modelled by objects with two mass. Articles in turn present: simple span bridge with two mass model for moving load, and then proceed to establish systems of differential equations, solving the problem by Newmark method and Matlab software, then program will be established to calculate an example with actual parameters.

Keywords: simple span bridge, vibration analysis, two mass model, finite element, moving load

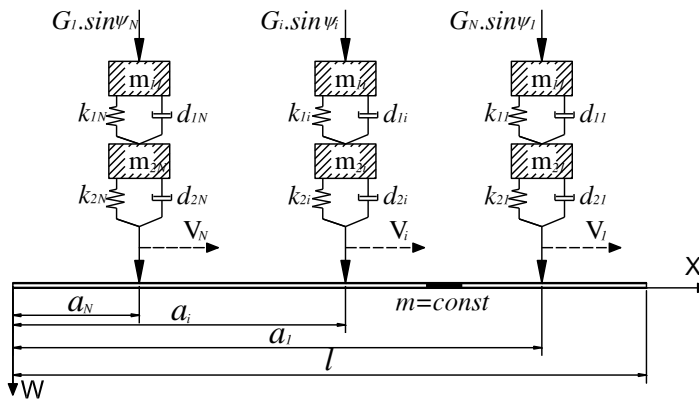
1. Đặt vấn đề

Trong tiêu chuẩn thiết kế cầu hiện nay của Việt Nam và một số nước trên thế giới [1], [2],... khi thiết kế các loại cầu người ta đưa hệ số động do tải trọng di động gây nên và được tính tăng thêm theo một tỉ

lệ của tải trọng tĩnh. Hệ số động đó, được quy định cho tất cả các cầu nói chung và cầu dầm nhịp giản đơn nói riêng, dẫn đến việc xác định tải trọng động cho cầu cần phải nghiên cứu rõ để đánh giá mức độ ảnh hưởng của hệ số động đối với cầu. Để có công cụ đánh giá hệ số động nhiều tác giả đã giải bài toán mô hình với nhiều cách khác nhau. Một số tác giả đã giải phương trình vi phân dao động bằng phương pháp Runger-Kutta-Mersion trên ngôn ngữ Pascal [3], hoặc giải bằng phương pháp Runger-Kutta-Mersion trên ngôn ngữ Delphi [4]. Các chương trình này thích hợp cho việc đánh giá rất chi tiết, đòi hỏi tính toán tỷ mỉ công phu, và quá lớn để đánh giá nhanh hệ số động. Với mục đích đơn giản hóa để tính toán nhanh, dựa trên phần mềm được sử dụng quen thuộc ở Việt Nam. Trong bài báo này, tác giả nghiên cứu hệ số động bằng phương pháp phần tử hữu hạn cho cầu dầm giản đơn bằng phương pháp Newmark, được lập trình trên ngôn ngữ Matlab với mô hình hai khối lượng cho tải trọng.

2. Cầu dầm dưới tác dụng của mô hình tải trọng hai khối lượng

Trong phạm vi bài báo tác giả nghiên cứu mô hình tương tác động lực học giữa tải trọng di động và kết cấu cầu dầm giản đơn. Trong mô hình kết cấu cầu dầm giản đơn được xét đến khối lượng phân bố. Phần tử dầm khi chịu uốn được phân tích theo mô hình Euler – Bernuolli. Mô hình tải trọng di động được nghiên cứu là mô hình hai khối lượng hình 1.



Hình 1. Mô hình phần tử dầm dưới tác dụng của đoàn tải trọng di động

Trên hình 1, cấu trúc của tải trọng thứ i tương ứng với trục xe thứ i được mô tả như sau: $G_i \cdot \sin \psi_i = G_i \cdot \sin(\Omega t + \alpha_i)$ là lực kích thích điều hòa di khối lượng lệch tâm của động cơ quay với vận tốc góc Ω , truyền xuống trục xe thứ i, với α_i là góc pha ban đầu.

m_{1i} - Khối lượng của thân xe, kể cả hàng hóa truyền xuống trục xe thứ i;

m_{2i} - Khối lượng của trục xe thứ i;

k_{1i}, d_{1i} - Độ cứng và độ giảm chấn của nhíp xe;

k_{2i}, d_{2i} - Độ cứng và độ giảm chấn của lớp xe;

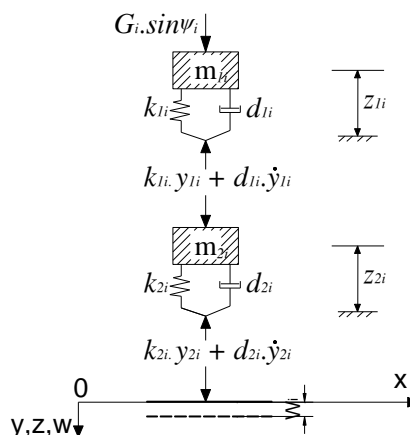
L - Chiều dài phần tử dầm.

Đây là mô hình tải trọng rất phù hợp với các loại xe ô tô trong thực tế. Mô hình này xét được ảnh

hưởng lực kích động của động cơ, khối lượng thân xe, khối lượng hàng hóa, khối lượng trục xe, độ cứng và độ giảm chấn của nhíp xe và lớp xe.

Mô hình tương tác động lực học giữa đoàn xe di động và kết cấu cầu dầm nhíp giản đơn được mô tả như hình 1. Các xe di động trên xe cầu có thể cùng tốc độ hoặc khác tốc độ. Số lượng và chủng loại xe có thể khác nhau. Các tham số như: khối lượng của thân xe kể cả hàng truyền xuống trục xe, khối lượng của trục xe, độ cứng và độ giảm chấn của nhíp xe và lớp xe, độ cứng và chiều dài nhíp có thể khác nhau.

3. Thiết lập phương trình dao động



Hình 2. Cấu trúc của tải trọng thứ i [3]

3.1 Phương trình dao động của tải trọng di động

Gọi z_{1i} và z_{2i} là tọa độ tuyệt đối của khối lượng m_{1i} và m_{2i} theo phương thẳng đứng:

$$\left. \begin{aligned} z_{1i} &= y_{1i} + y_{2i} + w_i \\ z_{2i} &= y_{2i} + w_i \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Áp dụng nguyên lý d'Alembert viết phương trình cân bằng cho khối lượng m_{1i} và m_{2i} :

$$\left. \begin{aligned} -m_{1i} \cdot \ddot{z}_{1i} - k_{1i} \cdot y_{1i} - d_{1i} \cdot \dot{y}_{1i} + m_{1i} \cdot g + G \cdot \sin \psi_{1i} &= 0 \\ -m_{2i} \cdot \ddot{z}_{2i} - k_{2i} \cdot y_{2i} - d_{2i} \cdot \dot{y}_{2i} + m_{2i} \cdot g + k_{1i} \cdot y_{1i} + d_{1i} \cdot \dot{y}_{1i} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

Trên hình 2: $F_i = k_{2i} \cdot y_{2i} + d_{2i} \cdot \dot{y}_{2i}$, kết hợp với (2) ta được:

$$F_i = G_i \cdot \sin \psi_i + (m_{1i} + m_{2i}) \cdot g - m_{1i} \cdot \ddot{z}_{1i} - m_{2i} \cdot \ddot{z}_{2i} \quad (3)$$

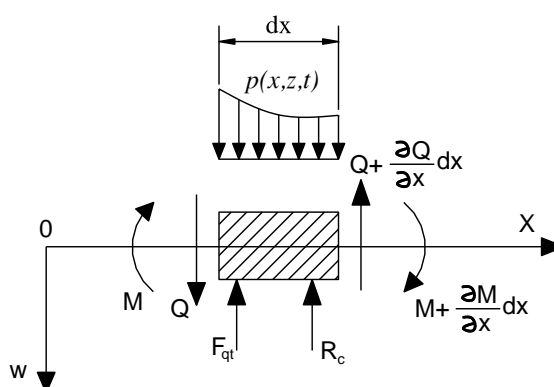
Áp lực tập trung của tải trọng F_i có thể được biểu diễn như một áp lực phân bố với cường độ $p(x, z, t)$ trong khoảng $[v_i(t - \tau_i) - \varepsilon_i; v_i(t - \tau_i) + \varepsilon_i]$ và có cường độ bằng không ngoài khoảng đó qua hàm Delta-Dirac:

$$p(x, z, t) = F_i \delta(x - a_i); a_i = v_i(t - \tau_i) \quad (4)$$

Như vậy, các lực F_i đã được biểu diễn chúng dưới dạng các lực phân bố:

$$p(x, z, t) = \sum_{i=1}^N \xi_i [G_i \cdot \sin \psi_i + (m_{1i} + m_{2i}) \cdot g - m_{1i} \cdot \ddot{z}_{1i} - m_{2i} \cdot \ddot{z}_{2i}] \delta(x - a_i) \quad (5)$$

- Phương trình dao động của dầm:



Hình 3. Phân tố dầm [3]

Xét một phân tố có chiều dài dx trên dầm, các lực tác dụng lên phân tố dầm có chiều dài dx (hình 3) bao gồm:

Lực cắt Q và $Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx$;

Mômen uốn M và $M + \frac{\partial M}{\partial x} dx$;

Lực cản R_c phụ thuộc bậc nhất với vận tốc:

$R_c = \beta \left(\rho F_d \frac{\partial w}{\partial t} dx \right)$; Với $\beta = const$ - hệ số ma sát ngoài.

Lực quán tính: $F_{qt} = \rho F_d \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} dx$

ρF_d - Trọng lượng của phần tử dầm trên 1 đơn vị chiều dài;

Áp lực phân bố do các tải trọng di động: $p(x, z, t)$.

Xét tương quan giữa ứng suất và biến dạng có kể đến yếu tố nội ma sát:

$$\sigma = E \left(\varepsilon + \theta \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \right);$$

trong đó: E – mô đun đàn hồi của vật liệu dầm.

Với giả thiết này mômen uốn tại một mặt cắt bất kỳ không chỉ phụ thuộc vào độ cong χ mà còn phụ thuộc tốc độ biến thiên của nó:

$$M = EJ_d \left(\chi + \theta \frac{\partial \chi}{\partial t} \right) \quad (6)$$

$$\text{với: } \chi = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \quad (7)$$

Thay (6) vào (7) ta có:

$$M = EJ_d \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \theta \frac{\partial^3 w}{\partial x^2 \partial t} \right) \quad (8)$$

Áp dụng nguyên lý d'Alembert lập phương trình hình chiếu lên trục Ow :

$$Q - \left(Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx \right) - \rho F_d \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial w}{\partial t} \right) dx + p(x, z, t) dx = 0 \quad (9)$$

$$\Leftrightarrow \frac{\partial Q}{\partial x} + \rho F_d \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial w}{\partial t} \right) = p(x, z, t) \quad (10)$$

Theo sức bền vật liệu:

$$Q = \frac{\partial M}{\partial x} = EJ_d \left(\frac{\partial^3 w}{\partial x^3} + \theta \frac{\partial^4 w}{\partial x^3 \partial t} \right) \quad (11)$$

Kết hợp (10) và (11) ta có:

$$EJ_d \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \theta \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} \right) + \rho F_d \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial w}{\partial t} \right) = p(x, z, t) \quad (12)$$

Phương trình (12) mô tả dao động uốn của dầm có kể đến các ảnh hưởng ma sát trong và ma sát ngoài. Kết hợp (12) và (5), (2) sẽ nhận

được hệ phương trình vi phân mô tả dao động uốn của dầm chịu tác dụng của nhiều tải trọng đi động:

$$\left. \begin{aligned} EJ_d \left(\frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + \theta \frac{\partial^5 w}{\partial x^4 \partial t} \right) + \rho F_d \left(\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \beta \frac{\partial w}{\partial t} \right) &= p(x, z, t) \\ p(x, z, t) &= \sum_{i=1}^N \xi_i F_i \delta(x - a_i) = \sum_{i=1}^N \xi_i [G_i \cdot \sin \psi_i + (m_{1i} + m_{2i}) \cdot g - m_{1i} \cdot \ddot{z}_{1i} - m_{2i} \cdot \ddot{z}_{2i}] \delta(x - a_i) \\ \xi_i(t) [m_{1i} \cdot \ddot{z}_{1i} + k_{1i} \cdot y_{1i} + d_{1i} \cdot \dot{y}_{1i} - d_{1i} \cdot \dot{z}_{2i} - k_{1i} \cdot z_{2i}] &= \xi_i(t) [m_{1i} \cdot g + G \cdot \sin \psi_i] \\ \xi_i(t) [m_{2i} \cdot \ddot{z}_{2i} + (d_{1i} + d_{2i}) \cdot \dot{z}_{2i} + (k_{1i} + k_{2i}) \cdot z_{2i} - d_{1i} \cdot \dot{z}_{1i} - k_{1i} \cdot z_{1i}] &= \xi_i(t) [d_{2i} \cdot \dot{w}_i + k_{2i} \cdot w_i + m_{2i} \cdot g] \end{aligned} \right\} (13)$$

- Áp dụng phương pháp Galerkin rời rạc hóa phương trình dao động uốn của phần tử dầm [4]

Ta áp dụng phương pháp Galerkin để rời rạc hóa hệ cầu dầm thành các phần tử cơ bản chịu tải trọng đi động và sử dụng thuật toán của phương pháp phần tử hữu hạn để xây dựng phương trình vi phân dao động của toàn hệ:

$$[M] \{\ddot{Q}\} + [C] \{\dot{Q}\} + [K] \{Q\} = \{F\} \quad (14)$$

trong đó: $[M]$, $[C]$, $[K]$ - lần lượt là ma trận khối lượng, ma trận cản, ma trận độ cứng của toàn hệ thống theo mô hình tương tác động lực học giữa cầu dầm giản đơn và tải trọng đi động.

$\{\ddot{Q}\}$, $\{\dot{Q}\}$, $\{Q\}$, $\{F\}$ - lần lượt là véc tơ gia tốc, vận tốc, chuyển vị, lực tương đương mở rộng cho toàn hệ thống theo mô hình tương tác động lực học giữa cầu dầm giản đơn và tải trọng đi động.

4. Giải bài toán bằng phương pháp Newmark

Phương pháp Newmark là công thức tích phân một bước. Véc tơ trạng thái của hệ ở thời điểm $t_{n+1} = t_n + h$ được suy ra từ véc tơ trạng thái của hệ đã biết ở thời điểm t_n , qua các khai triển Taylor của dịch chuyển và vận tốc.

$$f(t_n + h) = f(t_n) + hf'(t_n) + \frac{h^2}{2!} f''(t_n) + \dots + \frac{h^s}{s!} f^{(s)}(t_n) + R_s \quad (15)$$

trong đó: R_s - số dư của khai triển đến bậc s.

$$R_s = \frac{1}{s!} \int_{t_n}^{t_n+h} f^{(s+1)}(\tau) (t_n + h - \tau)^s d\tau \quad (16)$$

Từ công thức (15) suy ra các công thức xác định vận tốc và dịch chuyển của một hệ động lực ở thời điểm t_{n+1} .

$$\begin{aligned}\dot{q}_{n+1} &= \dot{q}_n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} \ddot{q}(\tau) d\tau \\ q_{n+1} &= q_n + h\dot{q}_n + \int_{t_n}^{t_{n+1}} (t_{n+1} - \tau)\ddot{q}(\tau) d\tau \\ q_{n+1} &= q_n + \int \ddot{q}(\tau) d\tau\end{aligned}\quad (17)$$

trong đó: $q = [q_1 \dots q_N]^T$

Sự gần đúng thể hiện ở sự đánh giá số hạng gia tốc trong biểu thức tích phân bằng phép tính số. Biểu thức $\ddot{q}(\tau)$ trong khoảng thời gian $[t_n, t_{n+1}]$ là một hàm của \ddot{q}_n và \ddot{q}_{n+1} tại biên của khoảng:

$$\begin{aligned}\ddot{q}_n &= \ddot{q}(\tau) + q^{(3)}(\tau)(t_n - \tau) + q^{(4)}(\tau)\frac{(t_n - \tau)^2}{2} + \dots \\ \ddot{q}_{n+1} &= \ddot{q}(\tau) + q^{(3)}(\tau)(t_{n+1} - \tau) + q^{(4)}(\tau)\frac{(t_{n+1} - \tau)^2}{2} + \dots\end{aligned}\quad (18)$$

trong đó: $q^{(3)}(t)$ - đạo hàm cấp 3 của vectơ $q(t)$ theo thời gian, $q^{(4)}(t)$ - đạo hàm cấp 4 của vectơ $q(t)$. Nhân phương trình thứ nhất của (18) với $(1-\alpha)$, phương trình thứ hai với α rồi cộng lại ta được:

$$\begin{aligned}(1-\alpha)\ddot{q}_n + \alpha\ddot{q}_{n+1} &= \ddot{q}(\tau) + q^{(3)}(\tau)[t_n - \tau + \alpha h] + O(h^2 q^{(4)}) \\ \Rightarrow \ddot{q}(\tau) &= (1-\alpha)\ddot{q}_n + \alpha\ddot{q}_{n+1} + q^{(3)}(\tau)[\tau - \alpha h - t_n] + O(h^2 q^{(4)})\end{aligned}\quad (19)$$

Tương tự nhân phương trình đầu của (18) với $(1-2\beta)$, phương trình thứ hai với 2β rồi cộng lại ta có:

$$\ddot{q}(\tau) = (1-\alpha)\ddot{q}_n + \alpha\ddot{q}_{n+1} + q^{(3)}(\tau)[\tau - 2\beta h - t_n] + O(h^2 q^{(4)})\quad (20)$$

Thế (19) và (20) vào các số hạng tích phân của (17) ta nhận được công thức cầu phương:

$$\begin{aligned}\int_{t_n}^{t_{n+1}} \ddot{q}(\tau) d\tau &= (1-\alpha)h\ddot{q}_n + \alpha h\ddot{q}_{n+1} + r_n \\ \int_{t_n}^{t_{n+1}} (t_{n+1} - \tau)\ddot{q}(\tau) d\tau &= \left(\frac{1}{2} - \beta\right)h^2\ddot{q}_n + \alpha h^2\ddot{q}_{n+1} + r'_n\end{aligned}\quad (21)$$

Các số hạng sai số tương ứng có dạng:

$$\begin{aligned}r_n &= \left(\alpha - \frac{1}{2}\right)h^2 q^{(3)}(\tau) + O(h^3 q^{(4)}) \\ r'_n &= \left(\beta - \frac{1}{6}\right)h^2 q^{(3)}(\tau) + O(h^4 q^{(4)})\end{aligned}\quad t_n < \tau < t_{n+1}\quad (22)$$

Các hằng số α và β là những tham số liên quan đến sơ đồ cầu phương. Chọn $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{6}$ ta được trong khoảng $[t_n, t_{n+1}]$ xấp xỉ gia tốc tuyến tính.

$$\ddot{q}(\tau) = \ddot{q}_n + (\tau - t_n)\frac{\ddot{q}_{n+1} - \ddot{q}_n}{h}\quad (23)$$

Nếu ta chọn $\alpha = \frac{1}{2}, \beta = \frac{1}{4}$ thì $\ddot{q}(\tau) = \frac{\ddot{q}_{n+1} + \ddot{q}_n}{2}$ trong khoảng $[t_n, t_{n+1}]$ xấp xỉ gia tốc trung bình.

Thế các biểu thức (21) vào các biểu thức (17) ta nhận được các công thức xấp xỉ theo phương pháp Newmark.

$$\begin{cases} \dot{q}_{n+1} = \dot{q}_n + (1-\alpha)h\ddot{q}_n + \alpha h\ddot{q}_{n+1}, \\ q_{n+1} = q_n + h\dot{q}_n + \left(\frac{1}{2} - \beta\right)h^2\ddot{q}_n + \beta h^2\ddot{q}_{n+1} \end{cases}\quad (24)$$

Phương pháp Newmark đối với dao động hệ nhiều bậc tự do.

Giả sử ta có phương trình dao động của hệ nhiều bậc tự do.

$$M.\ddot{q} + C.\dot{q} + K.q = f(t)$$

trong đó: M, C, K - các ma trận hằng số. Áp dụng các công thức Newmark (23) vào những phương trình trên tại thời điểm t_{n+1} ta tính được gia tốc \ddot{q}_{n+1} .

$$\left[M + \alpha h C + \beta h^2 K \right] \ddot{q}_{n+1} = f_{n+1} - C \left[\dot{q}_n + (1 - \alpha) h \ddot{q}_n \right] - K \left[q_n + h \dot{q}_n + \left(\frac{1}{2} - \beta \right) h^2 \ddot{q}_n \right] \quad (25)$$

Giải hệ phương trình đại số (24) ta được \ddot{q}_{n+1} . Sử dụng các công thức Newmark (24) nhận được các giá trị của vận tốc và độ dịch chuyển \dot{q}_{n+1} , q_{n+1} . Chú ý rằng các ma trận $[M + \alpha h C + \beta h^2 K]$ là các ma trận đối xứng và xác định dương.

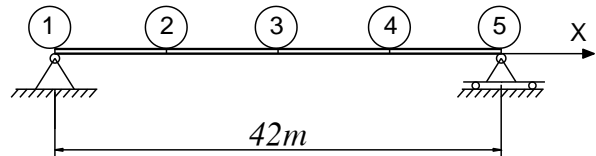
Ta xác định điều kiện ban đầu của $\ddot{q}(t_0)$ từ điều kiện ban đầu của $q(t_0)$ và $\dot{q}(t_0)$ đã cho như sau:

$$\begin{cases} \ddot{q} = M^{-1} [f(t) - C\dot{q} - Kq], \\ \ddot{q}(t_0) = M^{-1} [f(t_0) - C\dot{q}(t_0) - Kq(t_0)] \end{cases} \quad (26)$$

5. Ví dụ tính toán và kết quả

Nhóm tác giả đã xây dựng chương trình nhằm mô hình kết cấu cầu dầm giản đơn chịu tải trọng di động mô hình hai khối lượng theo phương pháp phần tử hữu hạn và thực hiện thuật toán trên ngôn ngữ lập trình Matlab.

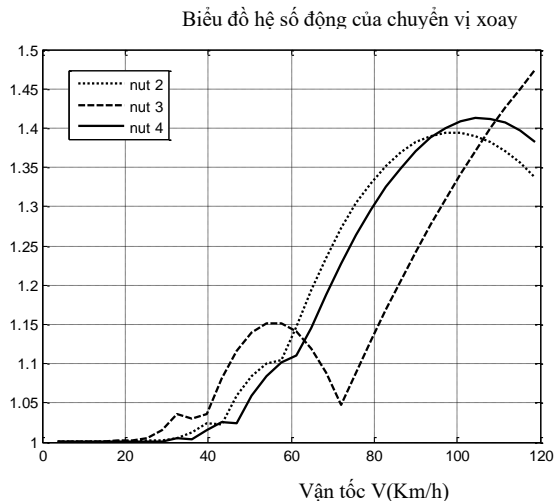
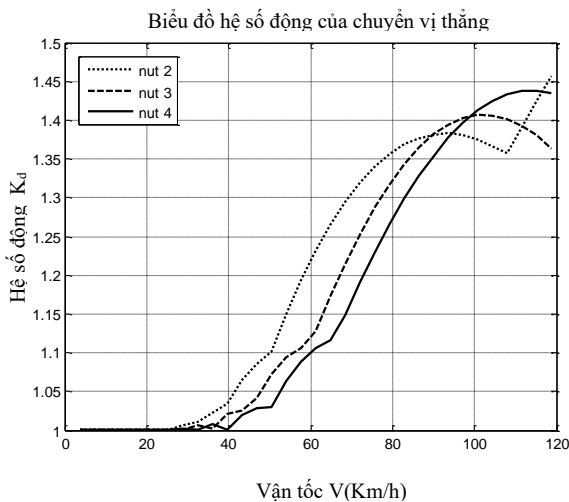
Cho sơ đồ một nhịp cầu:



Hình 4. Sơ đồ kết cấu nhịp cầu giản đơn với chiều dài L=42m

Với EJ= 1011 (N.m²). Khối lượng phân bố qy = 11.400 Kg/m. Khối lượng m1 = 15*10³ Kg; m2 = 209Kg; Độ cứng K1 = 260*10⁴(N/m); K2 = 200*10⁴(N/m); Độ giảm chấn d1=2,4*10³(Ns/m); d2=4,3*10³(Ns/m); Hệ số ma sát trong và ma sát ngoài của kết cấu lấy theo kết quả nghiên cứu trước đây [6]: $\theta=0,027$; $\beta = 0,01$. Tiến hành khảo sát hệ số động lực của chuyển vị đứng tại các nút 2, 3, 4 và chuyển vị xoay tại các nút 2, 3, 4.

Theo tiêu chuẩn Việt Nam TCVN-4054-2005 thì tốc độ tối đa trên đường cao tốc cho phép là v = 120km/h. Dưới đây tác giả khảo sát với vận tốc trong khoảng từ 1-120km/h.



Hình 5. Biểu đồ hệ số động của chuyển vị khi vận tốc thay đổi

- Tại vị trí nút 2: Hệ số động chuyển vị thẳng tăng theo vận tốc đến giá trị lớn nhất 1,38 khi vận tốc 94km/h sau đó giảm dần xuống đến 1,35 khi vận tốc 108km/h và lại tiếp tục tăng lên đến 1,45 khi đạt vận tốc 120km/h; Hệ số động chuyển vị xoay tăng theo vận tốc đến giá trị lớn nhất 1,39 khi vận tốc

98km/h sau đó giảm xuống đến 1,33 khi đạt vận tốc 120km/h;

- Tại vị trí nút 3: Hệ số động chuyển vị thẳng tăng đến giá trị lớn nhất 1,41 khi đạt vận tốc 101km/h sau đó giảm xuống 1,36 khi đạt vận tốc

120km/h; Hệ số động chuyển vị xoay tăng theo vận tốc lên đến 1,15 khi vận tốc 58km/h sau đó giảm dần xuống đến 1,05 khi đạt 72km/h và lại tiếp tục tăng lên đến 1,47 khi đạt vận tốc 120km/h;

- Tại vị trí nút 4: Hệ số động lực chuyển vị thẳng tăng đến giá trị 1,007 khi đạt vận tốc 36km/h sau đó giảm dần xuống 1,001 khi vận tốc 40km/h và lại tiếp tục tăng lên đến 1,43 khi vận tốc đạt 120km/h; Hệ số động chuyển vị xoay tăng theo vận tốc lên đến 1,41 khi vận tốc 105km/h sau đó giảm dần xuống 1,38 khi đạt vận tốc 120km/h;

Ta thấy rằng:

- Khi tốc độ tải trọng di động giảm dần đến 0, hệ số động lực giảm và dần hội tụ đến 1, kết quả phân tích động tiệm cận với kết quả phân tích tĩnh. Khi đưa về trường hợp đặc biệt (tải trọng có khối lượng, không có liên kết đàn hồi và cản nhớt với dầm) Kết quả sát với thí nghiệm trong [5]. Điều này cho thấy kết quả phân tích bằng chương trình TH-Matlab phù hợp với lý thuyết tính toán;

- Tại mỗi vị trí trên chiều dài cầu thì hệ số động lực $(1+\mu)_{max}$ cũng khác nhau;

- Biểu đồ hệ số động theo vận tốc thay đổi theo quy luật phi tuyến tính;

- Với số liệu đầu vào như 3 ta sẽ tìm được hệ số động lực chuyển vị thẳng đạt cực trị $(1+\mu)_{max} = 1,45$ tại nút 2 và hệ số động lực chuyển vị xoay đạt cực trị $(1+\mu)_{max} = 1,47$ tại nút 3 khi vận tốc tải trọng di động $v = 120\text{Km/h}$.

6. Kết luận

Tác giả đã giải quyết thành công mô hình cầu dầm đơn giản dưới tác dụng của tải trọng di chuyển bằng phương pháp Newmark. Bài toán đã được lập trình tính toán với ngôn ngữ Matlab. Tác giả cũng đã áp dụng tính toán với một ví dụ với các số liệu tương đối thực tế, kết quả thu được cho phép chúng ta có thể có những phân tích đánh giá định tính cũng như phân tích sơ bộ định lượng cho dầm cầu đơn giản.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

1. Tiêu chuẩn thiết kế Cầu 22TCN 272-05.
2. Tiêu chuẩn thiết kế Cầu AASHTO-LRFD-1998 của Mỹ.
3. Hoàng Hà (1999), Nghiên cứu dao động uốn của kết cấu nhịp cầu dây văng trên đường ô tô, *Luận án Tiến sĩ Kỹ thuật, Hà Nội*.
4. Nguyễn Xuân Toàn (2007). Phân tích dao động của cầu dây văng dưới tác dụng của tải trọng di động. *Luận án Tiến sĩ Kỹ thuật, Hà Nội*.
5. Tạ Hữu Vinh (2005). Nghiên cứu dao động của kết cấu hệ thanh chịu tải trọng di động bằng phương pháp số. *Luận án Tiến sĩ Kỹ thuật, Hà Nội*.
6. Phan Huy Thiện (2013). Dao động cầu nhịp đơn giản dưới tác dụng của phương tiện di chuyển. *Luận án Thạc sĩ Kỹ thuật, Hà Nội*.
7. Raid Karoumi (1998), Response of Cable-Stayed and Suspension Bridges to Moving Vehicles, *Doctoral Thesis, Stockholm*.

Ngày nhận bài: 23/6/2020.

Ngày nhận bài sửa lần cuối: 22/9/2020.