

NHÀ XUẤT BÀN Khoa học tự nhiên và công NGHÊ







# **TUYỀN TẬP CÔNG TRÌNH** Hội nghị Khoa học toàn quốc Cơ học Vật rắn lần thứ XIV TP. Hồ Chí Minh, ngày 19-20 tháng 7 năm 2018

Đơn vị tổ chức HỘI CƠ HỌC VẬT RẮN

Đồng tổ chức - Nhà tài trợ chính TRƯỜNG ĐẠI HỌC TRẦN ĐẠI NGHĨA





NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC TỰ NHIÊN VÀ CÔNG NGHỆ

NHÀ XUẤT BẢN KHOA HỌC TỰ NHIÊN VÀ CÔNG NGHỆ Nhà A16 - Số 18 Hoàng Quốc Việt, Cầu Giấy, Hà Nội Điện thoại: Phòng Phát hành: 024.22149040; Phòng Biên tập: 024.37917148; Phòng Quản lý Tổng hợp: 024.22149041; Fax: 024.37910147; Email: nxb@vap.ac.vn; Website: www.vap.ac.vn

### TUYỀN TẬP CÔNG TRÌNH HỘI NGHỊ KHOA HỌC TOÀN QUỐC CƠ HỌC VẬT RẮN LẦN THỨ XIV

Chịu trách nhiệm xuất bản Giám đốc, Tổng biên tập TRẦN VĂN SẮC

Biên tập: Trình bày kỹ thuật: Trình bày bìa: Đinh Như Quang Đào Như Mai Đào Như Mai

Liên kết xuất bản: Công ty CP Khoa học và Công nghệ Hoàng Quốc Việt Số 18 Hoàng Quốc Việt, Cầu Giấy, Hà Nội

#### ISBN: 978-604-913-832-4

In 500 cuốn, khổ 19×26,5 cm, tại Công ty CP Khoa học & Công nghệ Hoàng Quốc Việt. Địa chỉ: Số 18 Hoàng Quốc Việt, Cầu Giấy, Hà Nội. Số xác nhận đăng ký xuất bản: 1587-2019/CXBIPH/01-18/KHTNVCN. Số quyết định xuất bản: 23/QĐ-KHTNCN, cấp ngày 13 tháng 5 năm 2019. In xong và nộp lưu chiểu quý II năm 2019. HỘI CƠ HỌC VẬT RẮN

TRƯỜNG ĐẠI HỌC TRẦN ĐẠI NGHĨA

### TUYỀN TẬP CÔNG TRÌNH Hội nghị Khoa học toàn quốc Cơ học Vật rắn lần thứ XIV

TP. Hồ Chí Minh, ngày 19-20 tháng 7 năm 2018

HÀ NỘI, 2019

Nguyễn Văn Trang, Lê Minh Quý và Nguyễn Hữu Tú	
Úng xử cơ học của ống nano phốt pho đen chịu nén dọc trục	744
Nguyễn Thanh Trương, Phan Thị Đăng Thư và Phan Đình Huấn	
Phân tích hệ thanh phi tuyến vật liệu	750
Nguyễn Hữu Tú, Lê Minh Quý và Nguyễn Văn Trang	
Nghiên cứu ảnh hưởng của tốc độ sạc trong kết cấu silic bọc trụ đồng kích cỡ nano mét dùng làm cực âm ắc quy ion lithium	758
Trần Minh Tú, Lê Xuân Huỳnh và Lê Thanh Hải	
Phân tích ổn định của tấm bằng vật liệu rỗng theo lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất	765
Trần Minh Tú, Nguyễn Văn Long, Trần Hữu Quốc và Hoàng Thu Phương	
Phân tích dao động riêng tấm sandwich có lớp bề mặt bằng vật liệu FGM trong môi trường nhiệt độ	773
Minh Tuan Nguyen, Luong Thien Nguyen and Hai Dang Phan	
Closed-form solutions of guided waves in a layered half-space due to time-harmonic loading	781
Trần Thanh Tuấn, Trương Thị Thùy Dung, Phạm Chí Vĩnh và Nguyễn Xuân Nguyên	
Tỷ số H/V của sóng Rayleigh-Lamb trong lớp có ứng suất trước và bài toán ngược	787
Bui Van Tuyen, Pham Vu Nam , Bui Thi Thu Hoai and Nguyen Dinh Kien	
Vibration analysis of FGM beams carrying moving loads based on a new third-order shear deformable beam element theory	795
Trần Thị Thúy Vân	
Bài toán biến dạng phi tuyến ứng dụng trong hệ dầm cầu đường bộ ứng suất trước lắp ghép	803
Trần Bảo Việt	
Phương pháp xấp xỉ phân cực thích ứng xác định hệ số dẫn nhiệt của vật liệu nhiều thành phần	811
Trần Bảo Việt và Vũ Thái Sơn	
Nghiên cứu xác định mối quan hệ giữa độ thấm và độ rỗng của bê tông độ rỗng cao	818
Trần Thanh Việt, Vũ Quốc Anh và Lê Xuân Huỳnh	
Phân tích ổn định và dao động kết cấu khung thép phẳng với các hệ số độ cứng liên kết mờ	824
Le Quang Vinh, Nguyen Manh Cuong, Tran Ich Thinh and Nguyen Dong Anh	
Dynamic analysis of functionally graded cylindrical shells via Continuous Element Method	832

Мụс lục

ix

## Phân tích ổn định của tấm bằng vật liệu rỗng theo lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất

Trần Minh Tú<sup>1</sup>, Lê Xuân Huỳnh<sup>1</sup> và Lê Thanh Hải<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Trường Đại học Xây dựng, 55 đường Giải Phóng, quận Hai Bà Trưng, Hà Nội <sup>2</sup>Trường Đại học Vinh, 182 đường Lê Duẩn, thành phố Vinh, Nghệ An Email liên lạc: tpnt2002@yahoo.com

Tóm tắt. Bài báo sử dụng lý thuyết cắt bậc nhất của Reissner-Mindlin để phân tích ổn định của tấm chữ nhật bằng vật liệu rỗng. Vật liệu với sự phân bố liên tục và không đều của các lỗ rỗng làm cho mô đun đàn hồi và mật độ khối lượng thay đổi tron và phi tuyến theo chiều dày tấm. Sự phân bố của lỗ rỗng được giả thiết tuân theo quy luật hàm cosine, với hai dạng đối xứng và bất đối xứng. Dạng nghiệm Navier được sử dụng để xác định lực tới hạn của tấm chữ nhật, liên kết khớp trên chu tuyến, chịu nén đều trên các cạnh trong mặt trung bình. Ảnh hưởng của mật độ lỗ rỗng và kích thước hình học đến độ lớn lực tới hạn sẽ được khảo sát. Kết quả số cho thấy sự tương đồng với tấm đẳng hướng khi đưa về trường hợp riêng.

Từ khóa: Ôn đinh; tấm vật liệu rỗng; lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất; nghiệm Navier.

#### 1. Mở đầu

Vật liệu rỗng (porous materials) là một loại vật liệu có cơ tính biến đổi trơn, trong đó một thành phần ở dạng rắn, thành phần kia ở dạng lỗ rỗng trong cấu trúc vật liệu. Các lỗ rỗng này phân bố liên tục với một quy luật nhất định nhằm đạt được những tính chất cơ học mong muốn của người thiết kế. Do có trọng lượng nhẹ, các kết cấu bằng vật liệu rỗng được sử dụng trong nhiều lĩnh vực công nghiệp: hàng không, chế tạo ô tô, tàu biển, xây dựng dân dụng, ... Tính chất hấp thụ năng lượng của vật liệu rỗng được sử dụng để giảm ồn, cách âm và chế tạo những cấu kiện chịu được tải trọng động, tải trọng va chạm. Cùng với sự gia tăng ứng dụng của vật liệu rỗng, các nghiên cứu về ứng xử cơ học của các kết cấu bằng loại vật liệu này trở thành đề tài thu hút sự quan tâm của các chuyên gia trong và ngoài nước.

Các công bố về ứng xử uốn, dao động và ổn định của kết cấu dầm, tấm và vỏ bằng vật liệu rỗng còn khá khiêm tốn so với tiềm năng phát triển [1-6]. Nghiên cứu về ổn định và sau ốn định là một trong những vấn đề quan trọng cần được quan tâm đúng mức trong quá trình thiết kế kết cấu công trình. Magnucki và cộng sự [7] tính toán các thành phần ứng suất, độ võng trong tấm chữ nhật bằng vật liệu rỗng (metal foam) chịu uốn; đồng thời lực tới hạn của tấm chữ nhật chịu nén trong mặt trung bình cũng đã được xác định. Magnucka-Blandzi [8] tính toán độ võng và lực tới hạn cho tấm tròn bằng vật liệu rỗng liên kết khớp trên chu tuyến chịu tải nén đều trong mặt trung bình và tải trọng ngang đối xứng trục. Jasion và cộng sự [9] đã thiết lập lời giải giải tích, lời giải số cùng với nghiên cứu thực nghiệm về ổn định địa phương và ổn định tổng thể của dầm sandwich và tấm sandwich tròn. Mojahedin và cộng sự [10] đã phân tích ổn định của tấm tròn bằng vật liệu rỗng theo lý thuyết biến dạng cắt bậc cao.

Mục đích của bài báo là thiết lập các hệ thức, các phương trình chủ đạo của tấm vật liệu rỗng (metal foam) theo lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất. Dạng nghiệm Navier được sử dụng để xác định lực tới hạn của tấm chữ nhật tựa khóp trên chu tuyến chịu nén đều theo một phương và hai phương trong mặt trung bình tấm. Ví dụ kiểm chứng cho tấm bằng vật liệu rỗng không tìm được theo các nguồn tham khảo hiện có, vì thế kết quả tính toán sẽ được so sánh với tấm bằng vật liệu đẳng hướng là trường hợp riêng của tấm bằng vật liệu rỗng. Ảnh hưởng của mật độ lỗ rỗng, kích thước hình học của tấm đến lực tới hạn cũng sẽ được khảo sát trong các ví dụ tiếp theo.

#### 2. Mô hình tấm bằng vật liệu rỗng

Xét tấm chữ nhật bằng vật liệu rỗng là vật liệu đàn hồi tuyến tính, có kích thước các cạnh  $a \times b$ , chiều dày h. Mặt phẳng trung bình là mặt phẳng Oxy và z là phương chiều dày của tấm (Hình 1). Hệ số Poisson được giả thiết không đổi theo chiều dày tấm. Các hằng số vật liệu còn lại biến thiên liên tục theo tọa độ chiều dày tấm với quy luật hàm cosine đơn giản dạng đối xứng (dạng 1) hoặc bất đối xứng (dạng 2) [6]:

$$\begin{cases} E(z) = E_1[1 - e_0 \cos(\frac{\pi z}{h})] \\ G(z) = G_1[1 - e_0 \cos(\frac{\pi z}{h})] \\ \rho(z) = \rho_1[1 - e_0 \cos(\frac{\pi z}{h})] \end{cases}$$
(1)
$$\begin{cases} E(z) = E_1[1 - e_0 \cos(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4})] \\ G(z) = G_1[1 - e_0 \cos(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4})] \\ \rho(z) = \rho_1[1 - e_0 \cos(\frac{\pi z}{2h} + \frac{\pi}{4})] \end{cases}$$
(2)

trong đó  $E_1, G_1, \rho_1$  lần lượt là các giá trị lớn nhất của mô đun đàn hồi kéo - nén, mô đun đàn hồi trượt và khối lượng riêng;  $E_2, G_2, \rho_2$  là các giá trị nhỏ nhất tương ứng. Các hệ số rỗng  $e_0$  cho mô đun đàn hồi và hệ số rỗng  $e_m$  cho khối lượng riêng được tính theo [6]:



Hình 1. Tấm bằng vật liệu rỗng với các hàm mật độ phân bố lỗ rỗng khác nhau: (a) - Dạng 1 và (b) - Dạng 2.

Từ Hình 2a và biểu thức (1) cho thấy sự phân bố lỗ rỗng theo dạng 1 là đối xứng, giá trị lớn nhất của các hằng số vật liệu đạt được ở mặt trên và mặt dưới của tấm, giá trị nhỏ nhất đạt được tại mặt trung bình nơi có mật độ lỗ rỗng lớn nhất. Trong khi đó phân bố lỗ rỗng theo dạng 2 thể hiện trên Hình 2b và biểu thức (2) là bất đối xứng, giá trị lớn nhất và nhỏ nhất lần lượt đạt được tại mặt trên và dưới tương ứng với vị trí có mật độ lỗ rỗng mật độ lỗ rỗng nhỏ nhất và lớn nhất.



Hình 2. Biến thiên của mô đun đàn hồi kéo (nén) trong tấm vật liệu rỗng, phân bố dạng 1 (trái), phân bố dạng 2 (phải)

#### 3. Lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất Reissner – Mindlin

Trường chuyển vị theo lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất giả thiết dưới dạng [11]:

$$u(x, y, z) = u_0(x, y) + z\theta_x(x, y); \quad v(x, y, z) = v_0(x, y) + z\theta_y(x, y); \quad w(x, y, z) = w_0(x, y) = w(x, y)$$
(5)

trong đó  $u_0, v_0, w_0$  là các thành phần chuyển vị của điểm trên mặt trung bình theo các phương x, y, z.  $\theta_x, \theta_y$ : là các góc xoay của pháp tuyến mặt trung bình quanh trục y, x.

Trường biến dạng được suy ra từ trường chuyển vị thông qua các biểu thức quan hệ chuyển vị - biến dạng, biểu diễn dưới dạng:

trong đó:

$$\left\{ \varepsilon^{0} \right\} = \left\{ \varepsilon^{0}_{xx}, \varepsilon^{0}_{yy}, \varepsilon^{0}_{xy}, \gamma^{0}_{xz}, \gamma^{0}_{yz} \right\}^{T} = \left\{ \frac{\partial u_{0}}{\partial x}, \frac{\partial v_{0}}{\partial y}, \frac{\partial u_{0}}{\partial y} + \frac{\partial v_{0}}{\partial x}, \frac{\partial w_{0}}{\partial x} + \theta_{x}, \frac{\partial w_{0}}{\partial y} + \theta_{y} \right\}^{T}$$

$$\left\{ \kappa \right\} = \left\{ \kappa_{x}, \kappa_{y}, \kappa_{xy}, 0, 0 \right\}^{T} = \left\{ \frac{\partial \theta_{x}}{\partial x}, \frac{\partial \theta_{y}}{\partial y}, \frac{\partial \theta_{x}}{\partial y} + \frac{\partial \theta_{y}}{\partial x}, 0, 0 \right\}^{T}$$

$$(7)$$

Quan hệ tuyến tính giữa ứng suất – biến dạng trong tấm bằng vật liệu rỗng được viết với dạng sau:

$$\begin{vmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{vmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{46} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{cases} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{cases} = [Q] \{\varepsilon\}$$

$$(8)$$

trong đó:  $Q_{11} = \frac{E(z)}{1 - v^2} = Q_{22}; \qquad Q_{12} = \frac{vE(z)}{1 - v^2}; \qquad Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = \frac{E(z)}{2[1 + v]}$  (9)

Các thành phần nội lực trong tấm được xác định bằng các biểu thức định nghĩa có dạng sau:

$$\begin{cases} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \end{cases} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{array} \right\} dz; \qquad \begin{cases} M_{xx} \\ M_{yy} \\ M_{xy} \end{cases} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{xy} \end{array} \right\} z dz; \qquad \begin{cases} Q_x \\ Q_y \end{cases} = k \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left\{ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{yz} \end{array} \right\} dz$$
(10)

với k là hệ số hiệu chỉnh cắt.

Quan hệ ứng lực – chuyển vị có thể biểu diễn tổng quát dưới dạng:

$$\begin{bmatrix} N_{xx} \\ N_{yy} \\ N_{xy} \\ N_{xy} \\ M_{xy} \\ Q_{x} \\ Q_{y} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 & B_{11} & B_{12} & 0 & 0 & 0 \\ A_{12} & A_{11} & 0 & B_{12} & B_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} & 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 \\ B_{11} & B_{12} & 0 & D_{11} & D_{12} & 0 & 0 & 0 \\ B_{12} & B_{11} & 0 & D_{12} & D_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} & 0 & 0 & D_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \overline{\partial x} \\ \frac{\partial v_{0}}{\partial y} + \frac{\partial v_{0}}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_{y}}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta_{y}}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta_{y}}{\partial y} \\ \frac{\partial \theta_{y}}{\partial y} + \frac{\partial \theta_{y}}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_{y}}{\partial y} + \frac{\partial \theta_{y}}{\partial x} \\ \frac{\partial \theta_{y}}{\partial y} + \theta_{y} \end{bmatrix}$$

$$(11)$$

 $\int \partial u_0$ 

J

trong đó: 
$$A_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij} dz$$
;  $B_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij} z dz$ ;  $D_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{ij} z^2 dz$ ;  $A_{44} = A_{55} = k \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} Q_{66} dz$  (12)

#### 4. Hệ phương trình cân bằng theo các thành phần chuyển vị $u_0, v_0, w_0, \theta_x, \theta_y$

Theo [11] hệ phương trình cân bằng của tấm chữ nhật có kể đến lực tác dụng trong mặt trung bình với  $N_{xx}^0 = -k_1 N_{th}$ ;  $N_{yy}^0 = -k_2 N_{th}$ ;  $N_{xy}^0 = 0$ , không xét đến tải trọng tác dụng vuông góc với mặt trung bình được biểu diễn dưới dạng:

$$\frac{\partial N_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial N_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial N_{yy}}{\partial y} = 0; \quad \frac{\partial Q_x}{\partial x} + \frac{\partial Q_y}{\partial y} + N_{xx}^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + 2N_{xy}^0 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + N_{yy}^0 \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} = 0;$$

$$\frac{\partial M_{xx}}{\partial x} + \frac{\partial M_{xy}}{\partial y} - Q_x = 0; \qquad \frac{\partial M_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial M_{yy}}{\partial y} - Q_y = 0$$
(13)

Thay các thành phần ứng lực biểu diễn qua biến dạng theo (11), rồi các thành phần biến dạng qua chuyển vị theo (6) vào hệ phương trình (13), ta nhận được hệ phương trình cân bằng tĩnh đối với các thành phần chuyển vị, có dạng:

$$A_{11}\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial x^{2}} + A_{66}\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial y^{2}} + (A_{12} + A_{66})\frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial x\partial y} + B_{11}\frac{\partial^{2}\theta_{x}}{\partial x^{2}} + B_{66}\frac{\partial^{2}\theta_{x}}{\partial y^{2}} + (B_{12} + B_{66})\frac{\partial^{2}\theta_{y}}{\partial x\partial y} = 0$$

$$A_{11}\frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial y^{2}} + A_{66}\frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial x^{2}} + (A_{12} + A_{66})\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial x\partial y} + B_{11}\frac{\partial^{2}\theta_{y}}{\partial y^{2}} + B_{66}\frac{\partial^{2}\theta_{y}}{\partial x^{2}} + (B_{12} + B_{66})\frac{\partial^{2}\theta_{x}}{\partial x\partial y} = 0$$

$$A_{44}(\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}} + \frac{\partial\theta_{x}}{\partial x}) + A_{55}(\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y^{2}} + \frac{\partial\theta_{y}}{\partial y}) + N_{xx}^{0}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x^{2}} + 2N_{xy}^{0}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial x\partial y} + N_{yy}^{0}\frac{\partial^{2}w_{0}}{\partial y^{2}} = 0$$

$$B_{11}\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial x^{2}} + B_{66}\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial x^{2}} + (B_{12} + B_{66})\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial x\partial y} + D_{11}\frac{\partial^{2}\theta_{x}}{\partial x^{2}} + D_{66}\frac{\partial^{2}\theta_{y}}{\partial y^{2}} - A_{44}\theta_{x} + (D_{12} + D_{66})\frac{\partial^{2}\theta_{y}}{\partial x\partial y} - A_{44}\frac{\partial w_{0}}{\partial x} = 0$$

$$B_{11}\frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial y^{2}} + B_{66}\frac{\partial^{2}v_{0}}{\partial x^{2}} + (B_{12} + B_{66})\frac{\partial^{2}u_{0}}{\partial x\partial y} + D_{11}\frac{\partial^{2}\theta_{y}}{\partial y^{2}} + D_{66}\frac{\partial^{2}\theta_{y}}{\partial x^{2}} - A_{55}\theta_{y} + (D_{12} + D_{66})\frac{\partial^{2}\theta_{x}}{\partial x\partial y} - A_{55}\frac{\partial w_{0}}{\partial y} = 0$$

#### 5. Lời giải Navier cho tấm chữ nhật bằng vật liệu rỗng.

Xét tấm chữ nhật kích thước các cạnh là a,b chiều dày h, liên kết khớp trên chu vi với các điều kiện biên thể hiện dưới dạng:

$$x = 0: v_0 = w_0 = 0, M_x = 0; x = a: v_0 = w_0 = 0, M_x = 0.$$

$$y = 0: u_0 = w_0 = 0, M_y = 0; y = b: u_0 = w_0 = 0, M_y = 0$$

$$N_{yy}^{0}$$

$$N_{xx}^{0}$$

$$N_{xx}^{0}$$

$$N_{xx}^{0}$$

$$N_{xy}^{0}$$

$$N_{xy}^{0}$$

$$N_{xy}^{0}$$

$$N_{xy}^{0}$$

$$N_{xy}^{0}$$

$$N_{xy}^{0}$$

$$N_{xy}^{0}$$

$$N_{xy}^{0}$$

$$N_{yy}^{0}$$

$$N_{yy}^{0}$$

$$N_{yy}^{0}$$

$$N_{yy}^{0}$$

$$N_{yy}^{0}$$

$$N_{yy}^{0}$$

$$N_{yy}^{0}$$

Hình 3. Tấm chữ nhật

768

Hàm chuyển vị cần tìm trong (14) được giả thiết dưới dạng chuỗi lượng giác kép thỏa mãn điều kiện biên (15), có dạng:

$$u_{0}(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} u_{0mn} \cos \alpha x \sin \beta y; \quad v_{0}(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} v_{0mn} \sin \alpha x \cos \beta y$$
$$w_{0}(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} w_{0mn} \sin \alpha x \sin \beta y; \quad \theta_{x}(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{0xmn} \cos \alpha x \sin \beta y$$
$$(16)$$
$$\theta_{y}(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \theta_{0ymn} \sin \alpha x \cos \beta y; \quad \text{trong do} \quad \alpha = \frac{m\pi}{a}, \quad \beta = \frac{n\pi}{b}$$

Thay biểu thức (16) vào hệ phương trình cân bằng theo chuyển vị (14), ta nhận được hệ phương trình viết dưới dạng rút gọn:  $[S]_{5x5} \{q\}_{5x1} = \{0\}_{5x1}$  (17)

$$\operatorname{trong} \operatorname{dó:} [S]_{5x5} = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} & 0 & s_{14} & s_{15} \\ s_{21} & s_{22} & 0 & s_{24} & s_{25} \\ 0 & 0 & s_{33} - N_{th}(k_1\alpha^2 + k_2\beta^2) & s_{34} & s_{35} \\ s_{41} & s_{42} & s_{43} & s_{44} & s_{45} \\ s_{51} & s_{52} & s_{53} & s_{54} & s_{55} \end{bmatrix};$$

$$s_{11} = (A_{11}\alpha^2 + A_{66}\beta^2); \qquad s_{12} = s_{21} = \alpha\beta(A_{12} + A_{66}); \qquad s_{14} = s_{41} = (B_{11}\alpha^2 + B_{66}\beta^2); \\ s_{15} = s_{51} = s_{24} = s_{42} = \alpha\beta(B_{12} + B_{66}); \quad s_{22} = (A_{11}\beta^2 + A_{66}\alpha^2); \qquad s_{25} = s_{52} = (B_{11}\beta^2 + B_{66}\alpha^2) \\ s_{33} = (A_{44}\alpha^2 + A_{55}\beta^2); \qquad s_{34} = s_{43} = A_{44}\alpha; \qquad s_{35} = s_{53} = A_{55}\beta; \\ s_{44} = (D_{11}\alpha^2 + D_{66}\beta^2 + A_{44}); \qquad s_{45} = s_{54} = \alpha\beta(D_{12} + D_{66}); \qquad s_{55} = (D_{66}\alpha^2 + D_{11}\beta^2 + A_{55}); \\ \{q\}_{5\times 1} = \{u_{mn} \quad v_{mn} \quad w_{mn} \quad \theta_{xmn} \quad \theta_{ymn}\}^T;$$

Khử hai ẩn chuyển vị  $u_{mn}$  và  $v_{mn}$  ra khỏi hệ phương trình (17) ta nhận được:

$$\begin{bmatrix} s_{33} - N_{th}(k_1\alpha^2 + k_2\beta^2) & s_{34} & s_{35} \\ s_{34} & s_{44} & s_{45} \\ s_{35} & s_{45} & s_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{mn} \\ \theta_{xmn} \\ \theta_{ymn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$
(18)

Lực tới hạn theo tiêu chuẩn ổn định Euler được xác định từ điều kiện để hệ phương trình (18) không có nghiệm tầm thường. Nghĩa là:

$$\det \begin{vmatrix} \overline{s}_{33} - N_{th} (k_1 \alpha^2 + k_2 \beta^2) & s_{34} & s_{35} \\ s_{34} & \overline{s}_{44} & \overline{s}_{45} \\ s_{35} & \overline{s}_{45} & \overline{s}_{55} \end{vmatrix} = 0$$
(19)

Nhờ sự trợ giúp của phần mềm Matlab giải phương trình (19) ta tìm được lực mất ổn định của tấm vật liệu rỗng chịu nén đều theo một phương và hai phương trong mặt trung bình tấm tương ứng với mỗi dạng mất ổn định (m, n). Lực tới hạn là giá trị nhỏ nhất trong các lực mất ổn định.

#### 6. Kết quả số và thảo luận

#### 6.1. Bài toán kiểm chứng

Với nghiệm giải tích đã thiết lập ở phần trên, chương trình tính trên nền Matlab được viết để thực hiện các ví dụ số. Khi cho  $e_0 = 0$  ta nhận được lực tới hạn không thứ nguyên của tấm bằng vật liệu đẳng hướng. Xét tấm chữ nhật bằng vật liệu đẳng hướng với các tham số kích thước và vật liệu cho trong Bảng 1.

h(m)	a / h	b / a	$E_1(Pa)$	V	$e_0$
0.01	10,20,100	1	$2 \times 10^{11}$	0.25	0
Lực tới hạn không thứ nguyên tính theo [11]: $\overline{N}_{th} = \frac{N_{th} b^2}{\pi^2 D_{22}}$ ; với $D_{22} = \frac{E_1 h^3}{12(1-v^2)}$					

Bảng 1. Thông số kích thước và vật liệu tấm cho ví dụ kiểm chứng

Bảng 2 trình bày lực tới hạn không thứ nguyên của tấm bằng vật liệu đẳng hướng chịu nén đều trong mặt trung bình theo phương y với các tỉ số kích thước a/h khác nhau. Các kết quả tính toán được so sánh với các kết quả của Reddy trong [11] cũng sử dụng lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất. Sự trùng khớp của các kết quả trong Bảng 2 cho thấy độ tin cậy của nghiệm giải tích và chương trình tính

Bảng 2. Lực tới hạn không thứ nguyên  $\overline{N}_{th}$  của tấm chịu nén đều trong mặt trung bình

Mô hình	Tỉ số <i>a / h</i>			
	10	20	100	
Reddy [11]	3.800	3.948	3.888	
Bài báo	3.800	3.948	3.888	

#### 6.2. Ảnh hưởng của mật độ phân bố lỗ rỗng và kích thước hình học

Xét tấm vật liệu rỗng chịu nén đều theo phương x với các tham số kích thước và hằng số vật liệu của tấm cho trong Bảng 1.

#### 6.2.1. Ảnh hưởng của mật độ lỗ rỗng đến lực tới hạn không thứ nguyên.

Lực tới hạn không thứ nguyên  $\overline{N}_{th}$  của tấm vật liệu rỗng bốn biên tựa khớp, với các hệ số mật độ lỗ rỗng  $e_0 = 0 \div 0.9$  tính theo hai dạng phân bố đối xứng và bất đối xứng trình bày trong Bảng 3. Đồ thị biểu diễn sự biến thiên của lực tới hạn không thứ nguyên theo  $e_0$  biểu diễn trên Hình 4.

Bảng 3. Ảnh hưởng của mật độ lỗ rỗng đến lực tới hạn không thứ nguyên  $\overline{N}_{th}$ 

			a / h = 10	, b / a = 1		
Dạng phân bố	Tỉ số $e_0$					
	0	0.1	0.3	0.5	0.7	0.9
Dạng 1 (đối xứng)	3.8000	3.7944	3.7807	3.7621	3.7352	3.6930
Dang 2 (bất đối xứng)	3.8000	3.7951	3.7520	3.6231	3.2984	2.4639



Hình 4. Ảnh hưởng của mật độ phân bố lỗ rỗng đến lực tới hạn không thứ nguyên

mà bài báo đã xây dựng.

Từ kết quả thu được trên Bảng 3 và quan sát đồ thị trên Hình 3 có thể thấy rằng trong cả hai trường hợp phân bố khi mật độ lỗ rỗng tăng sẽ làm giảm độ cứng của tấm dẫn đến lực tới hạn không thứ nguyên giảm. Với quy luật phân bố lỗ rỗng theo dạng 1 (đối xứng) thì lực tới hạn sẽ giảm ít hơn so với quy luật phân bố theo dạng 2 (bất đối xứng). Và với cùng một hệ số mật độ phân bố lỗ rỗng theo dạng 2 kết quả này cho thấy hệ số mật độ lỗ rỗng tăng sẽ làm suy giảm mô đun đàn hồi của vật liệu tấm, và quy luật phân bố theo dạng 2 sẽ làm mô đun đàn hồi của vật liệu tấm giảm nhiều hơn.

#### 6.2.2. Ảnh hưởng của kích thước tấm đến lực tới hạn.

Lực tới hạn không thứ nguyên  $\overline{N}_{th}$  của tấm vật liệu rỗng bốn biên tựa khớp, trong trường hợp nén một phương (phương y), với kích thước tấm b/a từ 1 đến 3 theo hai quy luật phân bố lỗ rỗng đối xứng và bất đối xứng trình bày trong Bảng 4. Đồ thị biến thiên của lực tới hạn không thứ nguyên theo tỉ số b/a biểu diễn trên Hình 55. Trong cả hai trường hợp phân bố lỗ rỗng khi tỉ số b/a tăng thì lực tới hạn không thứ nguyên tăng, đồng thời tính ổn định của tấm với quy luật phân bố lỗ rỗng đối xứng sẽ tốt hơn so với quy luật phân bố bất đối xứng.



Bảng 5 thể hiện ảnh hưởng của kích thước tấm a / h đến lực tới hạn không thứ nguyên trong hai trường hợp phân bố lỗ rỗng đối xứng và bất đối xứng, khi tỉ số a / h thay đổi từ 5 đến 100. Đồ thị trên Hình6 biểu diễn biến thiên của lực tới hạn không thứ nguyên theo tỉ số a / h. Có thể nhận thấy rằng

khi tỉ số a / h tăng thì lực tới hạn không thứ nguyên tăng, tăng nhanh đối với tấm có chiều dày trung bình ( $a / h = 5 \div 20$ ), sau đó tăng chậm dần khi tấm mỏng (a / h > 20). Với tất cả các tỉ số a / h lực tới hạn của tấm bằng vật liệu rỗng với quy luật phân bố đối xứng luôn cao hơn quy luật phân bố bất đối xứng.

#### 7. Kết luận

Bài báo thiết lập lời giải giải tích xác định lực tới hạn của tấm chữ nhật bằng vật liệu rỗng tựa khớp trên chu vi chịu tác dụng của lực nén trong mặt trung bình theo lý thuyết biến dạng cắt bậc nhất Reissner - Mindlin. Quy luật phân bố lỗ rỗng được giả thiết tuân theo quy luật hàm cosine. Chương trình tính viết trên nền Matlab được kiểm chứng với trường hợp tấm đẳng hướng hoàn hảo không có lỗ rỗng cho kết quả tin cậy. Thông qua các khảo sát số đã đánh giá ảnh hưởng của các tham số hình học (tỉ số các kích thước a / h, b / a), và vật liệu (hệ số phân bố lỗ rỗng) đến lực tới hạn của tấm. Các kết quả nhận được là hữu ích cho công tác nghiên cứu, thiết kế các kết cấu tấm làm bằng vật liệu rỗng.

#### Tài liệu tham khảo

[1]. A. Rezaei and A. Saidi, On the effect of coupled solid-fluid deformation on natural frequencies of fluid saturated porous plates. European Journal of Mechanics-A/Solids, 2017. **63**: p. 99-109.

[2]. F.A. Fazzolari, *Generalized exponential, polynomial and trigonometric theories for vibration and stability analysis of porous FG sandwich beams resting on elastic foundations.* Composites Part B: Engineering, 2018. **136**: p. 254-271.

[3]. A. Rezaei and A. Saidi, *Exact solution for free vibration of thick rectangular plates made of porous materials*. Composite Structures, 2015. **134**: p. 1051-1060.

[4]. D. Chen, S. Kitipornchai, and J. Yang, *Nonlinear free vibration of shear deformable sandwich beam with a functionally graded porous core.* Thin-Walled Structures, 2016. **107**: p. 39-48.

[5]. D. Chen, J. Yang, and S. Kitipornchai, *Elastic buckling and static bending of shear deformable functionally graded porous beam.* Composite Structures, 2015. **133**: p. 54-61.

[6]. D. Chen, J. Yang, and S. Kitipornchai, *Free and forced vibrations of shear deformable functionally graded porous beams*. International Journal of Mechanical Sciences, 2016. **108**: p. 14-22.

[7]. K. Magnucki, M. Malinowski, and J. Kasprzak, *Bending and buckling of a rectangular porous plate*. Steel and Composite Structures, 2006. **6**(4): p. 319-333.

[8]. E. Magnucka-Blandzi, Axi-symmetrical deflection and buckling of circular porous-cellular plate. Thin-walled structures, 2008. **46**(3): p. 333-337.

[9]. P. Jasion, et al., *Global and local buckling of sandwich circular and beam-rectangular plates with metal foam core*. Thin-Walled Structures, 2012. **61**: p. 154-161.

[10]. A. Mojahedin, et al., Buckling analysis of functionally graded circular plates made of saturated porous materials based on higher order shear deformation theory. Thin-Walled Structures, 2016. **99**: p. 83-90.

[11]. J. N. Reddy, Theory and analysis of elastic plates and shells. 2006: CRC press.