# Đánh giá khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP theo các mô hình khác nhau

### **Evaluation of axial load-bearing capacity of concrete columns reinforced with FRP bars based on different models**

#### Phan Văn Tiến, Nguyễn Duy Duẩn\*

Trường Đại học Vinh \*Tác giả liên hệ: duyduankxd@vinhuni.edu.vn

#### Tóm tắt:

Thanh cốt sợi polymer (FRP) đang được ứng dụng thay thế cho cốt thép thường trong các cột bê tông (BT) cốt thép chịu tác động của môi trường ăn mòn. Mục tiêu của nghiên cứu này là đánh giá khả năng chịu nén của cột BT cốt FRP theo các mô hình khác nhau. Sáu công thức theo các tiêu chuẩn và nghiên cứu đã công bố được xem xét đánh giá. Bộ dữ liệu gồm 283 kết quả thí nghiệm được sưu tập để đánh giá hiệu quả của các công thức trên. Tiếp đó, một công thức dựa trên hồi quy đa biến được đề xuất để tính toán khả năng chịu nén của cột BT cốt FRP. Các tham số thống kê dùng để đánh giá mức độ chính xác của các mô hình bao gồm hệ số xác định và sai số quân phương. Ngoài ra, giá trị trung bình và độ lệch chuẩn của tỷ số giá trị dự báo và giá trị thí nghiệm cũng được đánh giá. Kết quả cho thấy rằng công thức tính toán khả năng chịu nén của cột BT cốt FRP đề xuất trong bài báo này có độ chính xác cao hơn nhiều so với các công thức công bố trước đây.

Từ khóa: Cột bê tông cốt FRP; Khả năng chịu nén; Công thức thực nghiệm; Dữ liệu thí nghiệm; Hồi quy đa biến.

#### Abstract:

Reinforced concrete columns can be degraded due to the corrosion effects of reinforcing bars. Therefore, the use of fiber-reinforced polymer (FRP) bars to replace steel reinforcements is a potential solution. The aim of this study is to evaluate the axial load-bearing capacity (ALC) of concrete columns reinforced with FRP bars using different existing models. For that, six code-based and empirical-based equations, which were proposed by various design codes and studies, are considered. A set of 283 experimental test data is collected to calculate the ALC of the FRP-concrete column. Statistical indicators, including the coefficient of determination, root-mean-squared error, and the ratio calculated to experimental ALC, are employed to evaluate the accuracy of the existing equations. Moreover, we also propose a multivariable linear regression-based formula for calculating the ALC of the concrete columns reinforced with FRP bars with high accuracy compared to others.

**Keywords:** Concrete column reinforced with FRP bars; Axial load-bearing capacity; Empirical formula; Experimental test data; Multivariable linear regression.

#### 1. Giới thiệu

Kết cấu bê tông cốt thép (BTCT) trong điều kiện môi trường ăn mòn cao sẽ suy giảm nhanh khả năng chịu lực do hiện tượng ăn mòn cốt thép bên trong. Do đó, điều quan tâm hàng đầu của các nhà nghiên cứu và kỹ sư thiết kế là giảm thiểu sự ăn mòn của các thanh cốt thép hoặc thay thế các thanh cốt thép bằng các loại vật liệu khác để ngăn ngừa sự ăn mòn này. Một số nghiên cứu trước đây đã chỉ ra rằng thanh cốt sọi polyme (FRP) có khả năng đáp ứng yêu cầu đó [1]-[2]. Thanh FRP có một số ưu điểm so với cốt thép thông thường, đó là không bị ăn mòn, khả năng chịu kéo cao, trọng lượng nhẹ, sức kháng mỏi cao, cách điện không từ tính, biến dạng từ biến và trọng lượng riêng nhỏ [3]. Vì vây, các thanh FRP đã được đề xuất thay thể cốt thép thường cho các loại kết cấu BTCT chịu tác động của môi trường ăn mòn khác nhau như công trình cảng biển, công trình xử lý nước thải và hóa chất, các công trình dưới nước [4]. Những nghiên cứu thực nghiệm và phân tích trước đó đã kết luận rằng lý thuyết uốn và nén của các cấu kiện BTCT cũng có giá trị đối với dầm và cột bê tông cốt thanh FRP [5]. Tuy nhiên, các kết quả thí nghiệm cho thấy ứng xử của kết cấu BTCT có sự khác biệt so với kết cấu bê tông cốt FRP [6]. Cột bê tông cốt FRP là giải pháp hữu hiệu cho cột BTCT thông thường. Loại cột này có thể được sử dụng rộng rãi trong các công trình dân dụng - công nghiệp và công trình cầu. Khả năng chịu nén là tham số cực kỳ quan trọng trong thiết kế cột bê tông cốt FRP. Hiện tại, có nhiều tiêu chuẩn thiết kế và nghiên cứu đã để xuất công thức tính toán khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP. Các tiêu chuẩn và nghiên cứu điển hình đã công bố bao gồm CSA S806-12 [7], Tobbi và cộng sự [8], Affifi và cộng sự [9], Mohamed và cộng sự [10], Maranan và cộng sự [11], Xue và cộng sự [12]. Tuy nhiên, việc tính toán theo các công thức đề xuất trong các tài liệu vừa nêu vẫn còn có sự sai khác khá nhiều so với kết quả thí nghiệm. Vì vậy, cần thiết phải có nghiên cứu so sánh và đánh giá về tính toán khả năng chịu nén theo các tiêu chuẩn và các nghiên cứu khác nhau dựa trên một bộ dữ liệu đủ lớn và đáng tin cậy. Ngoài ra, một công thức có khả năng dự báo khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP với độ chính xác cao hơn các công thức đã đề xuất trước đó là cần thiết.

Mục tiêu của nghiên cứu này là đánh giá khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP theo các mô hình (công thức) đã công bố trước đây. Sáu công thức theo các tiêu chuẩn và nghiên cứu điển hình được đưa vào xem xét đánh giá. Một bộ dữ liệu thí nghiệm xác định khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP được thu thập. Sau đó, nhóm tác giả tiến hành tính toán và so sánh cường độ chịu nén theo các công thức đã nêu. Đánh giá mức độ chính xác của những công thức này và dữ liệu thí nghiệm được thực hiện dựa vào các tham số thống kê. Cuối cùng, một công thức tính toán khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP với độ chính xác cao đã được đề xuất dựa trên phép hồi quy tuyến tính đa biến, trong đó bảy tham số đầu vào đã được xem xét trong công thức này.

## 2. Các công thức tính toán khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP

Hiện tại, có nhiều tiêu chuẩn thiết kế và nhiều nghiên cứu đã đề xuất công thức tính toán khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP. Trong bài báo này, các tiêu chuẩn và nghiên cứu điển hình đã công bố được xem xét đánh giá bao gồm CSA S806-12 [7], Tobbi và cộng sự [8], Affifi và cộng sự [9], Mohamed và cộng sự [10], Maranan và cộng sự [11] và Xue và cộng sự [12]. Đây là các tiêu chuẩn thiết kế hiện hành và nghiên cứu điển hình về phân tích và đánh giá khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP [13].

Bảng 1 tóm tắt các công thức (mô hình) tính toán khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP xem xét trong nghiên cứu này.

#### 3. Bộ dữ liệu thí nghiệm

Các tác giả đã sưu tập một bộ gồm 283 dữ liệu kết quả thí nghiệm chịu nén cột bê tông cốt FRP từ các bài báo đã công bố trên các tạp chí khoa học và hội nghị khoa học chuyên ngành [14-51]. Cần lưu ý rằng bộ dữ liệu này bao quát được phạm vi rất rộng của các tham số đầu vào như độ månh, tỷ số nén và đặc trưng vật liệu sử dụng. Bê tông và cốt FRP có xét đến cường độ cao, trong đó, cường độ bê tông đạt đến 90 MPa và cường độ của cốt FRP đạt đến 2000 MPa. Ngoài ra, dữ liệu sưu tập xét đến cột tiết diện chữ nhật và tròn, cũng như trường hợp cột chịu nén đúng tâm và lệch tâm. Bảng 2 liệt kê các ký hiệu, tham số đầu vào và khả năng chịu nén của cột. Các đặc trưng thống kê của các tham số đầu vào trong bô dữ liệu thu thập tóm tắt trong bảng 3. Các chỉ số thống kê bao gồm giá trị nhỏ nhất (Min), giá trị lớn nhất (Max), giá trị trung bình (Mean) và độ lệch chuẩn (SD).

Tác giả	Biểu thức tính	
CSA S806-12 [7]	$P = \alpha_1 f'_c (A_g - A_{FRP}); \alpha_1 = 0.85$ $A_g \text{ là diện tích tiết diện; } A_{FRP} \text{ là diện tích cốt FRP; } f'_c \text{ là cường độ chịu nén đặc trưng của bê tông.}$	(1)
Tobbi và cộng sự [8]	$P = \alpha_1 f_c' (A_g - A_{FRP}) + \alpha_{FRP} f_{FRP} A_{FRP};$ $\alpha_1 = 0.85; \ \alpha_{FRP} = 0.35$	(2)
Affifi và cộng sự [9]	$P = \alpha_1 f_c' (A_g - A_{FRP}) + \alpha_{FRP} f_{FRP} A_{FRP};$ $\alpha_1 = 0.85; \ \alpha_{FRP} = 0.25$	(3)
Mohamed và cộng sự [10]	$P = \alpha_1 f'_c (A_g - A_{FRP}) + 0.002 E_{FRP} A_{FRP};$ $\alpha_1 = 0.85$ $E_{FRP}$ là mô đun đàn hồi của cốt FRP	(4)
Maranan và cộng sự [11]	$P = \alpha_1 f_c' (A_g - A_{FRP}) + 0.002 E_{FRP} A_{FRP};$ $\alpha_1 = 0.9$	(5)
Xue và cộng sự [12]	$P = \alpha_1 f_c'(A_g) + 0.002 E_{FRP} A_{FRP}; \ \alpha_1 = 0.85$	(6)

<b>Dalig</b> I. Cae cong thue thin toan kna hang chiu hen cua cot be tong cot FK	Bång 1	1. Các công	thức tính toán	khả năng chi	u nén của c	ôt bê tông cốt FRF
--	--------	-------------	----------------	--------------	-------------	--------------------

Bảng 2. Ký hiệu các tham số đầu vào và khả năng chịu nén của cột.

Tham số	Ký hiệu
Bề rộng của tiết diện cột (mm)	b
Chiều cao tiết diện cột (mm)	h
Đường kính của cột (cột tròn) (mm)	D
Chiều cao cột (mm)	Н
Độ mảnh	λ
Diện tích tiết diện cột (mm <sup>2</sup> )	$A_g$
Loại tiết diện cột	$Section_{type}$
Loại bê tông	$Concrete_{type}$
Cường độ chịu nén của bê tông (MPa)	$f_c'$
Loại cốt dọc (loại cốt FRP)	$l_{type}$
Hàm lượng cốt dọc (cốt FRP) (%)	$ ho_{FRP}$
Mô đun đàn hồi của cốt FRP (GPa)	$E_{FRP}$
Cường độ tối đa của cốt dọc (MPa)	$f_{FRPu}$
Loại cốt đai	$t_{type}$
Khoảng cách cốt đai (mm)	$t_{spacing}$
Độ lệch tâm (%)	e <sub>r</sub>
Khả năng chịu nén (kN)	$P_{max}$

Tham số	Giá trị nhỏ nhất	Trung bình	Giá trị lớn nhất	Độ lệch chuẩn
<i>b</i> (mm)	120.0	274.4	610.0	115.3
<i>h</i> (mm)	120.0	280.6	610.0	113.4
<i>D</i> (mm)	205	288.5	355	36.6
H (mm)	600	1595.8	3730	607.7
λ	10.0	21.6	62.0	7.6
$A_g \text{ (mm}^2)$	14400.0	75532.1	372100.0	50424.3
$f_c'$ (MPa)	25.6	44.5	90.0	14.4
$ ho_{FRP}$ (%)	0.6	2.1	4.8	0.9
$E_{FRP}$ (GPa)	39.0	70.6	151.0	35.6
$f_{FRPu}$ (MPa)	574.0	1248.2	2000. 0	390.9
$t_{spacing}$ (mm)	30.0	100.1	305.0	51.3
$e_r$ (%)	0.0	20.4	100.0	25.3
$P_{max}$ (kN)	90.0	2019.0	15235.0	1867.3

Bảng 3. Tóm tắt đặc trưng thống kê của bộ dữ liệu thí nghiệm sưu tập.

#### 4. Kết quả và bàn luận

#### 4.1. Tham số thống kê để đánh giá

Các tham số thống kê sử dụng cho đánh giá những mô hình dự báo bao gồm hệ số xác định ( $R^2$ ) và sai số quân phương (RMSE). Lưu ý rằng giá trị  $R^2$  đặc trưng cho phần trăm dữ liệu gần nhất với đường hồi quy;  $R^2$  càng cao thì mô hình tính toán càng tốt và ngược lại. Còn tham số RMSE dùng để đại diện cho mức độ chênh lệch (sai số) giữa giá trị tính toán và giá trị thí nghiệm; nếu RMSE càng nhỏ thì mô hình tính toán càng chính xác và ngược lại.

$$R^{2} = 1 - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} (t_{i} - o_{i})^{2}}{\sum_{i=1}^{n} (t_{i} - \bar{o})^{2}}\right)$$
(7)

$$RMSE = \sqrt{\left(\frac{1}{n}\right)\sum_{i=1}^{n}(t_i - o_i)^2}$$
(8)

Trong đó,  $t_i$  và  $o_i$  tương ứng là kết quả thí nghiệm và tính toán của dữ liệu thứ i; n là số lượng dữ liệu;  $\bar{o}$  là giá trị trung bình của các kết quả tính toán.

#### 4.2. Kết quả so sánh và đánh giá

Hình 1 trình bày phân bố kết quả tính toán khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP theo các

công thức khác nhau và kết quả thí nghiệm. Đường nét đứt thể hiện đường chuẩn 1:1, tức là các điểm phân bố nằm trên đường này biểu thị kết quả tính toán bằng với kết quả thí nghiệm. Dựa vào kết quả, thấy rằng, tất cả các mô hình tính toán đều cho kết quả dự báo nhở hơn kết quả từ thí nghiệm. Điều này chứng tỏ các công thức tính toán hiện hành cho kết quả an toàn. Ngoài ra, những kết quả dự báo từ 06 công thức xem xét trong bài báo cho độ phân tán khá cao, với hệ số xác định  $R^2$  khá thấp, chỉ ở mức 0.45. Mức độ phân tán lớn có thể do các công thức tính toán chưa xem xét hết những tham số ảnh hưởng khác ví dụ như độ lệch tâm  $(e_r)$ , mô đun đàn hồi của FRP  $(E_{FRP})$  và cốt đai.

#### 4.3. Đề xuất công thức tính toán khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP

Trong nghiên cứu này, nhóm tác giả sử dụng phần mềm phân tích thống kê SPSS để đề xuất một công thức tính toán cường độ chịu nén của cột dựa trên công cụ hồi quy tuyến tính đa biến. Mô hình hồi quy tuyến tính đa biến dùng để xem xét quan hệ giữa các biến độc lập (các tham số đầu vào) và biến phụ thuộc (kết quả dự báo). Phương trình hồi quy tuyến tính đa biến có dạng như sau:

$$Y = \beta + a_1 X_1 + a_2 X_2 + a_3 X_3 + \dots + a_n X_n$$
(9)

Trong đó, Y là kết quả dự báo (biến phụ thuộc);  $X_1, X_2, ..., X_n$  là các tham số đầu vào (biến độc lập);  $\beta$  là hằng số hồi quy, hệ số này cho biết độ lớn của giá trị Y khi tất cả các  $X_i$  bằng 0;  $a_1, a_2,$ ...,  $a_n$  là các hệ số hồi quy (hệ số góc). Để đề xuất công thức tính toán khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP ( $P_{max}$ ), có 08 tham số đầu vào được xem xét, bao gồm:

- Diện tích tiết diện cốt dọc (mm<sup>2</sup>): A<sub>FRP</sub>;
- Độ mảnh:  $\lambda$ ;
- Diện tích tiết diện cột (mm<sup>2</sup>): A<sub>g</sub>;
- Cường độ chịu nén của bê tông (MPa):  $f_c'$ ;
- Mô đun đàn hồi của FRP (GPa): E<sub>FRP</sub>;
- Cường độ kéo tối đa của FRP (MPa): f<sub>FRPu</sub>;
- Độ lệch tâm (%): *e<sub>r</sub>*;
- Khoảng cách cốt đai (mm): t<sub>spacing</sub>.



Hình 1. So sánh khả năng kháng cắt giữa kết quả thí nghiệm và các mô hình dự báo.

Tham số đầu vào		Hệ	Mức độ ý nghĩa	
		Giá trị	Độ lệch chuẩn	( <b><i>p</i>-value</b> )
β	(Hằng số)	-427.165	268.691	0.113
a1	$A_{FRP}$	0.085	0.116	0.464
a2	Lamda ( $\lambda$ )	2.36	6.793	0.729
a3	$A_g$	0.029	0.001	0.000
a4	$f_c'$	18.092	3.534	0.000
a5	$E_{FRP}$	8.080	2.237	0.000
a6	$f_{FRPu}$	-0.208	0.222	0.349
a7	$e_r$	-37.575	1.913	0.000
a8	$t_{spacing}$	-1.458	1.057	0.169

Bảng 4. Kết quả các hệ số của phép Hồi quy tuyến tính đa biến trong SPSS.

Bảng 4 thể hiện kết quả hồi quy tuyến tính đa biến, trong đó, các hệ số của công thức hồi quy tương ứng với các biến đầu vào được chỉ ra. Mô hình hồi quy tuyến tính đa biến sử dụng kiểm

định giả thiết ý nghĩa thống kê với trị số p = 5%. Từ bảng 4 cho thấy trong 08 tham số đầu vào được xét, mức độ ý nghĩa (giá trị p) của các tham số: diện tích mặt cắt ngang cột  $(A_q)$ , cường độ chịu nén của bê tông  $(f'_c)$ , mô đun đàn hồi của cốt FRP  $(E_{FRP})$  và độ lệch tâm  $(e_r)$  là nhỏ hơn 0.05 (5%). Điều này có nghĩa rằng các tham số ảnh hưởng lớn đến khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP. Ngược lại, các tham số: diện tích cốt FRP ( $A_{FRP}$ ), độ mảnh của cột ( $\lambda$ ) và cường độ chịu kéo của FRP ( $f_{FRPu}$ ) có trị số p rất lớn, tức là các tham số này không ảnh hưởng nhiều đến khả năng chiu nén của côt BT cốt FRP. Dưa trên công thức (9) và kết quả hồi quy ở bảng 4, biểu thức tính toán khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP được đề xuất có dang như sau:

$$P_{max} = -427.165 + 0.085A_{FRP} + 2.63\lambda + 0.029A_g + 18.092f_c' + 8.08E_{FRP} - 0.208f_{FRPu} - 37.575e_r - 1.4545t_{spacing}$$
(10)

Kết quả tính toán theo công thức đề xuất và các thí nghiệm được so sánh như trên hình 2. Phân bố kết quả tỷ số  $P_{tính toán}/P_{thí nghiệm}$  được thể hiện tại hình 3. Giá trị  $R^2 = 0.859$  và giá trị trung bình của tỷ số  $P_{tính toán}/P_{thí nghiệm} = 1.06$  (gần với 1.0) cho thấy rằng công thức đề xuất dự báo khá chính xác khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP.



**Hình 2.** So sánh khả năng chịu nén giữa kết quả thí nghiệm và công thức đề xuất trong nghiên cứu này.



**Hình 3.** Phân bố kết quả tỷ số  $P_{tinh toán}/P_{thi nghiệm}$ .

TT	Mô hình tính toán	<b>D</b> <sup>2</sup>	RMSE (kN)	Đặc trưng của tỷ số P <sub>tính toán</sub> /P <sub>thí nghiệm</sub>	
		K		Giá trị trung bình	Độ lệch chuẩn
1	CSA S806-12 [7]	0.451	1833	2.27	2.15
2	Tobbi và cộng sự [8]	0.451	1929	2.50	2.37
3	Affifi và cộng sự [9]	0.451	1909	2.44	2.31
4	Mohamed và cộng sự [10]	0.449	1867	2.30	2.18
5	Maranan và cộng sự [11]	0.451	2033	2.51	2.37
6	Xue và cộng sự [12]	0.450	1873	2.32	2.19
7	Nghiên cứu này	0.859	729	1.06	0.68

Bảng 5. Tham số thống kê đánh giá các mô hình tính toán khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP.

Bảng 5 trình bày kết quả các tham số thống kê  $R^2$ và *RMSE* cho từng mô hình tính toán. Ngoài ra, các đặc trưng thống kê của tỷ số giữa cường độ chịu cắt và cường độ chịu cắt theo thí nghiệm  $(P_{tính \ toán}/P_{thi \ nghiệm})$  cũng được tính toán để đánh giá. Các đặc trưng thống kê này bao gồm

giá trị trung bình và độ lệch chuẩn. Kết quả tính toán cho thấy rằng, các mô hình dự báo trong những công thức hiện hành cho giá trị  $R^2$  khá thấp (nhỏ hơn 0.5) và sai số quân phương *RMSE* khá lớn (từ 1833 kN đến 2033 kN). Sự sai số này có thể được lý giải rằng các công thức tính toán khả năng chịu nén mới chỉ xét đến ảnh hưởng của diện tích tiết diện cột và cường độ bê tông; các tham số quan trọng như độ lệch tâm của cột và mô đun đàn hồi của cốt FRP chưa xem xét.

Ngoài ra, kết quả tính toán cho thấy công thức đề xuất trong nghiên cứu này đưa ra kết quả dự báo khá chính xác với giá trị  $R^2$  khá cao (bằng 0.859). Giá trị sai số quân phương *RMSE* bằng 729 kN nhỏ hơn rất nhiều so với các giá trị thu được từ những công thức đề xuất trước đây. Bên cạnh đó, giá trị trung bình của tỷ số  $P_{tính toán}/P_{thí nghiệm}$  bằng 1.06 là xấp xỉ bằng 1.0, điều này chứng tỏ rằng công thức đề xuất có mức độ chính xác cao hơn các công thức trước và đủ tin cậy để sử dụng cho tính toán khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP.

#### 5. Kết luận

Nghiên cứu này đánh giá khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP theo các mô hình (công thức) khác nhau đã công bố. Sáu công thức theo các tiêu chuẩn và nghiên cứu điển hình trước đó được đưa vào xem xét. Một bộ dữ liệu gồm 283 kết quả thí nghiệm xác định khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP được sưu tập. Đánh giá mức độ chính xác của các công thức và dữ liệu thí nghiệm được thực hiện dựa vào các tham số thống kê. Và một công thức tính toán khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP với độ chính xác cao đã được đề xuất. Các kết luận được rút ra như sau:

 Ngoài các tham số về kích thước tiết diện ngang của cột và cường độ chịu nén của bê tông, thì độ lệch tâm và mô đun đàn hồi của thanh FRP có ảnh hưởng lớn đến khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP;

• Các công thức tính toán trước đây cho kết quả dự báo khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP với độ chính xác chưa thực sự cao do chưa xét hết các tham số đầu vào ảnh hưởng; • Công thức đề xuất tính toán khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP trong nghiên cứu này cho kết quả với độ chính xác cao hơn các công thức trước và đủ tin cậy để sử dụng cho tính toán khả năng chịu nén của cột bê tông cốt FRP.

#### Tài liệu tham khảo

- A. Nanni, C. W. Dolan; "Fibre-reinforcedplastic (FRP) reinforcement for concrete structures". Amsterdam, Netherlands: Elsevier B.V. 1993.
- B. Tighiouart, B. Benmokrane, D. Gao;
   "Investigation of bond in concrete member with fibre reinforced polymer (FRP) bars". Construction & Building Materials. 1998; 12(8):453-462. DOI: 10.1016/S0950-0618(98)00027-0.
- [3] Y. L. Wang, Q. D. Hao, J. P. Ou; "Experimental testing of fiber reinforced polymer-concrete composite beam." Advanced Materials Research. 2011; 168:549-552. DOI: 10.4028/www.scientific. net/AMR.168-170.549.
- [4] ACI Committee; "ACI 440.1 R-15: Guide for the design & construction of structural concrete reinforced with FRP bars". American Concrete Institute, Michigan, USA; 2015.
- [5] E. Shehata, R. Morphy, S. Rizkalla; "Fibre reinforced polymer shear reinforcement for concrete members: behaviour & design guidelines". Canadian Journal of Civil Engineering. 2000; 27(5):859-872. DOI:10.1139/100-004.
- [6] T. A. Nguyen, H. B. Ly; "Estimation of the shear strength of FRP reinforced concrete beams without stirrups using artificial neural network". Transport and Communications Science Journal. 2020; 71(9):1047-1060. DOI:10.47869/tcsj.71.9.4.
- [7] CSA; "Design & Construction of Building Structures with Fibre Reinforced Polymers (S806-12)." Canadian Standard Association, Ontario, Canada; 2012.
- [8] H. Tobbi, A. S. Farghaly, B. Benmokrane; "Concrete Columns Reinforced Longitudinally & Transversally with Glass Fiber-Reinforced Polymer Bars". ACI Structural Journal. 2012; 109(4):551-558. DOI:10.14359/51683874.
- [9] M. Z. Afifi, H. M. Mohamed, B. Benmokrane; "Strength & axial behavior of circular concrete

columns reinforced with CFRP bars & spirals." Journal of Composites for Construction. 2014; 18(2):04013035. DOI:10.1061/(ASCE)CC. 1943-5614.0000430.

- [10] H. M. Mohamed, M. Z. Afifi, B. Benmokrane; "Performance evaluation of concrete columns reinforced longitudinally with FRP bars & confined with FRP hoops & spirals under axial load". Journal of Bridge Engineering. 2014; 19(7):04014020. DOI: 10.1061/(ASCE) BE.1943-5592.0000590.
- [11] G. B. Maranan, A. C. Manalo, B. Benmokrane, W. Karunasena, P. Mendis; "Behavior of concentrically loaded geopolymer-concrete circular columns reinforced longitudinally & transversely with GFRP bars". Engineering Structures. 2016; 117:422-436. DOI: 10.1016/j. engstruct.2016.03.036.
- [12] W. Xue, F. Peng, Z. Fang; "Behavior & Design of Slender Rectangular Concrete Columns Longitudinally Reinforced with Fiber-Reinforced Polymer Bars". ACI Structural Journal. 2018; 115(2):311-322. DOI:10.14359/ 51701131.
- [13] A. S. Bakouregui, H. M. Mohamed, A. Yahia, B. Benmokrane; "Explainable extreme gradient boosting tree-based prediction of load-carrying capacity of FRP-RC columns". Engineering Structures. 2021; 245:112836. DOI:10.1016/j. engstruct.2021.112836.
- [14] A. De Luca, F. Matta, A. Nanni; "Behavior of full-scale glass fiber-reinforced polymer reinforced concrete columns under axial load". ACI structural Journal. 2010; 107(5):589-596. DOI:10.14359/51663912.
- [15] M. Tahir, Z. Wang, K. M. Ali; "Axial compressive behavior of square concrete columns confined with CFRP strip ties using wet lay-up technique". Construction & Building Materials. 2019; 200:282-292. DOI:10.1016/j. conbuildmat.2018.12.127.
- [16] H. Tobbi, A. S. Farghaly, B. Benmokrane; "Behavior of Concentrically Loaded Fiber-Reinforced Polymer Reinforced Concrete Columns with Varying Reinforcement Types & Ratios". ACI Structural Journal. 2014; 111(2):375-386. DOI:10.14359/51686528.

- [17] C. C. Choo, I. E. Harik, H. Gesund; "Strength of rectangular concrete columns reinforced with fiberreinforced polymer bars". ACI Materials Journal. 2006; 103(3):452-459. DOI:10.14359/15324.
- [18] N. Elmessalami, A. El Refai, F. Abed; "Fiberreinforced polymers bars for compression reinforcement: A promising alternative to steel bars". Construction & Building Materials. 2019; 209:725-737. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2019.03. 105.
- [19] A. Hadhood, H. M. Mohamed, B. Benmokrane;
  "Strength of circular HSC columns reinforced internally with carbon-fiber-reinforced polymer bars under axial & eccentric loads". Construction & Building Materials. 2017; 141:366-378. DOI:10.1016/j.conbuildmat.2017 .02.117.
- [20] M. N. Hadi, H. Karim, M. N. Sheikh; "Experimental investigations on circular concrete columns reinforced with GFRP bars & helices under different loading conditions.". Journal of Composites for Construction. 2016; 20(4):04016009. DOI:10.1061/(ASCE)C C.1943-5614.0000670.
- [21] K. Khorramian, P. Sadeghian; "Experimental & analytical behavior of short concrete columns reinforced with GFRP bars under eccentric loading". Engineering structures. 2017; 151:761-773. DOI:10.1016/j.engstruct.2017.08.064.
- [22] H. Karim, M. N. Sheikh, M. N. Hadi; "Axial load-axial deformation behaviour of circular concrete columns reinforced with GFRP bars & helices". Construction & Building Materials, 2016; 112:1147-1157. DOI:10.1016/j.conbuild mat.2016.02.219.
- [23] A. Mirmiran, W. Yuan, X. Chen; "Design for slenderness in concrete columns internally reinforced with fiber-reinforced polymer bars". Structural Journal. 2001; 98(1):116-125. DOI: 10.14359/10153.
- [24] M. Tahir, Z. Wang, Z. Wei, R. Jameel; "Numerical & analytical modeling of FRPreinforced concrete columns subjected to compression loading." Australian Journal of Structural Engineering. 2021; 22(2):96-109. DOI:10.1080/13287982.2021.1923158.

- [25] Afifi, Mohammad Z., Hamdy M. Mohamed, & Brahim Benmokrane. "Axial capacity of circular concrete columns reinforced with GFRP bars & spirals". Journal of Composites for Construction. 2014; 18(1):04013017. DOI:10.1061/(ASCE)C C.1943-5614.0000438.
- [26] X. Fan, M. Zhang; "Behaviour of inorganic polymer concrete columns reinforced with basalt FRP bars under eccentric compression: An experimental study". Composites Part B: Engineering. 2016; 104:44-56. DOI:10.1016/j. compositesb.2016.08.020.
- [27] T. Hales, C. P. Pantelides, L. D. Reaveley; "Experimental evaluation of slender high-strength concrete columns with GFRP & hybrid reinforcement". Journal of Composites for Construction. 2016; 20(6):04016050. DOI:10.1061/ (ASCE)CC.1943-5614.0000709.
- [28] M. N. Hadi, J. Youssef; "Experimental investigation of GFRP-reinforced & GFRPencased square concrete specimens under axial & eccentric load, & four-point bending test". Journal of Composites for Construction. 2016; 20(5):04016020. DOI:10.1061/(ASCE)CC.19 43-5614.0000675.
- [29] M. N. Hadi, H. A. Hasan, M. Sheikh; "Experimental investigation of circular high-strength concrete columns reinforced with glass fiber-reinforced polymer bars & helices under different loading conditions". Journal of Composites for Construction. 2017; 21(4):04017005. DOI:10.1061/(ASCE)CC. 1943-5614.0000784.
- [30] M. Elchalakani, G. Ma; "Tests of glass fibre reinforced polymer rectangular concrete columns subjected to concentric & eccentric axial loading". Engineering Structures. 2017; 151:93-104. DOI:10.1016/j.engstruct.20 17.08.023.
- [31] A. Hadhood, H. M. Mohamed, B. Benmokrane; "Experimental study of circular high-strength concrete columns reinforced with GFRP bars & spirals under concentric & eccentric loading". Journal of Composites for Construction. 2017; 21(2):04016078. DOI:10.10 61/(ASCE)CC.1943-5614.0000734.
- [32] A. Hadhood, H. M. Mohamed, B. Benmokrane; "Axial load-moment interaction diagram of

circular concrete columns reinforced with CFRP bars & spirals: Experimental & theoretical investigations". Journal of Composites for Construction. 2017; 21(2):04016092. DOI:10.10 61/(ASCE)CC.1943-5614.0000748.

- [33] A. Hadhood, H. M. Mohamed, B. Benmokrane;
  "Failure envelope of circular concrete columns reinforced with glass fiber-reinforced polymer bars & spirals". ACI Structural Journal. 2017; 114(6):1417-1428. DOI:10.14359/5168 9498.
- [34] A. Hadhood, H. M. Mohamed, F. Ghrib, B. Benmokrane; "Efficiency of glass-fiber reinforced-polymer (GFRP) discrete hoops & bars in concrete columns under combined axial & flexural loads". Composites Part B: Engineering. 2017; 114:223-236. DOI:10.10 16/j.compositesb.2017.01.063.
- [35] A. Hadhood, H. M. Mohamed, B. Benmokrane; "Flexural stiffness of GFRP-& CFRP-RC circular members under eccentric loads based on experimental & curvature analysis". ACI Structural Journal. 2018; 115(4):1185-1198. DOI:10.14359/51702235.
- [36] A. Hadhood, H. M. Mohamed, B. Benmokrane; "Assessing stress-block parameters in designing circular high-strength concrete members reinforced with FRP bars". Journal of Structural Engineering. 2018; 144(10):04018182. DOI:10.1061/(ASCE)ST. 1943-541X.0002173.
- [37] M. Guérin, H. M. Mohamed, B. Benmokrane, A. Nanni, C. K. Shield; "Eccentric Behavior of Full-Scale Reinforced Concrete Columns with Glass Fiber-Reinforced Polymer Bars & Ties". ACI Structural Journal. 2018; 115(2):489-499. DOI:10.14359/51701107.
- [38] M. Guérin, H. M. Mohamed, B. Benmokrane, C. K. Shield, A. Nanni; "Effect of Glass Fiber-Reinforced Polymer Reinforcement Ratio on Axial-Flexural Strength of Reinforced Concrete Columns". ACI Structural Journal, 2018; 115(4). DOI: 10.14359/51701107. 10.14359/51701279.
- [39] A. Salah-Eldin, H. M. Mohamed, B. Benmokrane; "Structural performance of high-strength-concrete columns reinforced with GFRP bars & ties subjected to eccentric

loads". Engineering Structures. 2019; 185:286-300. DOI: 10.1016/j.engstruct.2019.01.143.

- [40] A. Salah-Eldin, H. M. Mohamed, B. Benmokrane; "Axial–flexural performance of high-strengthconcrete bridge compression members reinforced with basalt-FRP bars & ties: Experimental & theoretical investigation". Journal of Bridge Engineering. 2019; 24(7):04019069. DOI:10.1061/ (ASCE)BE.1943-5592.0001448.
- [41] M. Elchalakani, M. Dong, A. Karrech, G. Li, M. S. Mohamed Ali, B. Yang; "Experimental investigation of rectangular air-cured geopolymer concrete columns reinforced with GFRP bars & stirrups". Journal of Composites for Construction. 2019; 23(3):04019011. DOI:10.1061/(ASCE)CC. 1943-5614.0000938.
- [42] J. Tu, K. Gao, L. He, X. Li; "Experimental study on the axial compression performance of GFRPreinforced concrete square columns". Advances in Structural Engineering. 2019; 22(7):1554-1565. DOI: 10.1177/1369433218817988.
- [43] Z. S. Othman, A. H. Mohammad; "Behaviour of eccentric concrete columns reinforced with carbon fibre-reinforced polymer bars." Advances in civil engineering. 2019; vol.2019. DOI: 10.1155/20 19/1769212.
- [44] S. El-Gamal, O. AlShareedah; "Behavior of axially loaded low strength concrete columns reinforced with GFRP bars & spirals." Engineering Structures. 2020; 216:110732. DOI: 10.1016/j.engstruct.20 20.110732.
- [45] M. Elchalakani, M. Dong, A. Karrech, M. S. Mohamed Ali, J. S. Huo; "Circular concrete columns & beams reinforced with GFRP bars & spirals under axial, eccentric, & flexural loading". Journal of Composites for Construction. 2020; 24(3):04020008. DOI:10.1061/ (ASCE)CC.1943-5614.0001008.

- [46] W. Abdelazim, H. M. Mohamed, M. Z. Afifi, B. Benmokrane; "Proposed slenderness limit for glass fiber-reinforced polymer-reinforced concrete columns based on experiments & buckling analysis". ACI Structural Journal. 2020; 117(1):241-254. DOI:10.14359/5171807 3.
- [47] W. Abdelazim, H. M. Mohamed, B. Benmokrane; "Inelastic second-order analysis for slender GFRP-reinforced concrete columns: Experimental investigations & theoretical study". Journal of Composites for Construction. 2020; 24(3):04020016. DOI:10.1061/(ASCE)C C.1943-5614.0001019.
- [48] W. Abdelazim, H. M. Mohamed, B. Benmokrane, M. Z. Afifi; "Effect of critical test parameters on behavior of glass fiber-reinforced polymer-reinforced concrete slender columns under eccentric load". ACI Structural Journal. 2020; 117(4):127-141. DOI:10.14359/5172350 7.
- [49] K. Khorramian, P. Sadeghian; "Experimental investigation of short & slender rectangular concrete columns reinforced with GFRP bars under eccentric axial loads." Journal of Composites for Construction. 2020; 24(6):04020072. DOI:10.1061/(ASCE)CC.1943 -5614.0001088.
- [50] S. Barua, E. El-Salakawy; "Performance of GFRP-reinforced concrete circular short columns under concentric, eccentric, & flexural loads". Journal of Composites for Construction. 2020; 24(5):04020044. DOI:10.1061/(ASCE) CC.1943-5614.0001058.
- [51] N. ElMessalami, F. Abed, A. El Refai; "Response of concrete columns reinforced with longitudinal & transverse BFRP bars under concentric & eccentric loading". Composite Structures. 2021; 255:113057. DOI:10.1016/ j.compstruct.2020.113057.