

Một phương pháp tính toán tối ưu kết cấu khung phẳng ngoài giai đoạn đàn hồi

Nguyễn Trọng Kiên¹, Vũ Xuân Hùng¹, Nguyễn Văn Quang¹

¹ Khoa Xây dựng, Đại học Vinh, 182 Lê Duẩn, Tp. Vinh

Email: nguyentrongkien82@gmail.com

Tóm tắt

Có nhiều phương pháp tính toán tối ưu đã được áp dụng để tính toán kết cấu ngoài giai đoạn đàn hồi. Trong bài báo này các tác giả trình bày một phương pháp tính toán tối ưu kết cấu khung phẳng ngoài giai đoạn đàn hồi đơn giản và có thể tính toán được bằng các phần mềm toán hiện có như Mathematica. Một ví dụ số áp dụng tính toán tối ưu kết cấu khung phẳng ngoài giai đoạn đàn hồi nhằm để so sánh với phương pháp khác. Kết quả nghiên cứu có thể dùng để tính toán, thiết kế tối ưu cho nhiều loại kết cấu khung phẳng khác nhau và có bậc siêu tĩnh lớn.

Từ khóa: tối ưu, kết cấu ngoài giai đoạn đàn hồi, khung phẳng.

Summary

There are optimal calculation methods have been applied to calculate the external structure elastic phase. In this paper the authors present a method to calculate optimal flat frame beyond simple elastic phase and can be calculated using the existing accounting software like Mathematica. A numerical example of application optimization calculations flat outer frame structure elastic phase aimed to compare with other methods. Research results can be used to calculate the optimal design for a variety of different flat frame structure and level of redundancy large.

Keywords: optimization, structural elastic outer phase, flat frame.

1. Đặt vấn đề

Tối ưu hóa kết cấu là mục tiêu có ý nghĩa kinh tế - kỹ thuật mà những người thiết kế luôn mong muốn đạt được. Cùng với sự phát triển nhanh của kỹ thuật tính toán, tối ưu hóa kết cấu ngày càng được nhiều người quan tâm, ứng dụng để giải quyết các bài toán thực tế mà trước đây chưa có điều kiện để thực hiện. Trong những năm gần đây, vấn đề thiết kế tối ưu kết cấu của các công trình nói chung và kết cấu công trình dân dụng nói riêng có vai trò và ý nghĩa quan trọng, nhằm mục đích xác định kích thước hợp lý của kết cấu, trên cơ sở đảm bảo đủ bền với trọng lượng nhỏ nhất, tương ứng chi phí vật liệu là thấp nhất, không chỉ cho phép giảm giá thành sản phẩm mà còn ảnh hưởng tốt đến các tính năng của công trình thiết kế.

Riêng đối với tối ưu hóa kết cấu ngoài giai đoạn đàn hồi còn khai thác tối đa khả năng làm việc của vật liệu kết cấu (vật liệu việc đến giới hạn chảy). Ngoài ra tính kết cấu ngoài giai đoạn đàn hồi cho chúng ta biết với tải trọng nào thì kết cấu bắt đầu sụp đổ điều này không thể xác định được ở kết cấu trong giai đoạn đàn hồi.

Có hai loại bài toán tối ưu tính kết cấu ngoài giai đoạn đàn hồi:

1 - Bài toán tối ưu xác định hệ số tải trọng (Bài toán này kích thước hình học của kết cấu đã biết tức là giá trị M_d đã biết).

2 - Bài toán tối ưu xác định trọng lượng nhỏ nhất của kết cấu (Đây là bài toán thiết kế, trong bài toán này tải trọng không đổi, và người thiết kế phải xác định M_d hoặc W_d để sao cho với tải trọng đã cho hệ không có khả năng hình thành bất kỳ một cơ cấu phá hoại nào).

Trong nội dung của bài báo này chỉ trình bày cách giải bài toán thứ hai.

Bài toán tối ưu xác định trọng lượng kết cấu nhỏ nhất.

Để giải bài toán xác định trọng lượng kết cấu nhỏ nhất thường có hai cách giải sau:

Cách 1 - Sử dụng điều kiện ràng buộc về chảy dẻo.

Cách 2 - Sử dụng ràng buộc về hình thành cơ cấu phá hoại.

Nhận xét: - Cách giải thứ nhất căn cứ vào trạng thái nội lực của kết cấu do đó có thể sử dụng tính cho khung bất kỳ vì việc xác định các tiết diện tới hạn của mỗi phần tử kết cấu là không khó khăn.

- Cách thứ hai căn cứ vào dạng cơ cấu phá hoại vì vậy thường áp dụng để tính khung đơn giản vì với khung phức tạp khó khăn chủ yếu là việc xác định đầy đủ số cơ cấu phá hoại. Tuy nhiên theo tác giả trong [5] tác giả đã lập được ma trận nhận dạng các cơ cấu phá hoại cho các loại khung khác nhau, giúp quá trình nhận dạng cơ cấu được tự động hóa, nhưng sau khi nhận dạng được cơ cấu phá hoại, để tìm được nghiệm tối ưu tác giả lại sử dụng phương pháp giải tích nên khối lượng tính toán vẫn lớn.

Do đó trong bài báo này chúng ta sẽ trình bày cách giải thứ nhất.

Cách giải chung:

- Dự kiến mọi tiết diện trên kết cấu tại đó có khả năng hình thành các khớp dẻo. Ta gọi tiết diện đó là tiết diện tới hạn.

- Lập và giải bài toán quy hoạch tuyến tính.

- Giải bài toán tối ưu (giải bài toán quy hoạch tuyến tính).

Vấn đề đặt ra là Lập và giải bài toán quy hoạch tuyến tính sao cho đơn giản, tổng quát và áp dụng được các phần mềm quy hoạch tuyến tính hiện có.

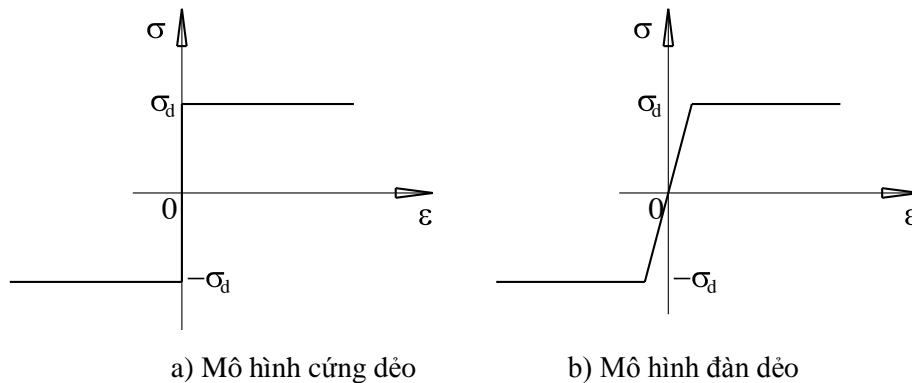
Trong các cách giải trước đây người ta phải biến đổi các điều kiện ràng buộc để phù hợp với cách giải của phương pháp giải tích. Hạn chế của phương pháp là khó áp dụng được các phần mềm tính toán, do đó khó áp dụng cho các bài toán có ẩn số lớn nên khó áp dụng được cho mọi bài toán.

Dưới đây chúng tôi trình bày một phương pháp khác, từ cách lập điều kiện ràng buộc để có thể giải được bài toán tối ưu một cách đơn giản bằng các phần mềm toán hiện có như Mathematica,....

2. Một phương pháp tính toán tối ưu kết cấu khung phẳng ngoài giai đoạn đàn hồi.

2.1. Khái niệm về mô hình vật liệu

Khi phân tích kết cấu làm việc ngoài giai đoạn đàn hồi, người ta dựa trên hai mô hình vật liệu: Mô hình cứng dẻo và mô hình đàn dẻo hình 2.1 [1]:



Hình 2.1. Lý tưởng hoá mối quan hệ giữa ứng suất và biến dạng

Mô hình cứng dẻo phù hợp với điều kiện làm việc thực tế. Nhưng phương pháp tính toán dựa trên mô hình cứng dẻo lại đơn giản hơn. Do đó các bài toán tối ưu trong bài báo này sẽ được xây dựng trên mô hình cứng dẻo.

2.2. Bài toán xác định trọng lượng kết cấu nhỏ nhất (bài toán thiết kế).

2.2.1. Các giả thiết

- Kết cấu khung thép phẳng.
- Chỉ nghiên cứu tải trọng giới hạn theo độ bền vật liệu, không đề cập đến tải trọng giới hạn theo ổn định của kết cấu và theo chuyển vị.
- Khi xét sự hình thành khớp dẻo của cấu kiện chỉ xét ảnh hưởng của mômen uốn, bỏ qua ảnh hưởng của lực dọc và lực cắt.
- Mô hình vật liệu cứng – dẻo, nghĩa là khi hình thành cơ cấu, đoạn thẳng giữa hai khớp dẻo là một đoạn thẳng không biến dạng.
- Thanh có tiết diện không đổi, trọng lượng phân bố của thanh q và mômen dẻo M_d có quan hệ tuyến tính [1]:

$$q = a.M_d + b \quad (2.1)$$

Trong đó: a, b – là các hằng số.

- Mômen chống uốn dẻo W_d là đặc trưng hình học duy nhất của tiết diện khớp dẻo và được xem là đại lượng liên tục.

2.2.2. Khái niệm về tiết diện tới hạn và các dạng cơ cấu

- Trên một đoạn, tiết diện có giá trị đại số của mômen uốn lớn nhất hoặc bé nhất, tiết diện dưới lực tập trung là những tiết diện có khả năng hình thành khớp dẻo khi tăng tải được gọi là tiết diện tới hạn.
- Khi số khớp dẻo xuất hiện trên hệ với đủ số lượng, hệ sẽ hình thành cơ cấu phá hoại. Đối với kết cấu khung, dựa theo dạng biến hình người ta phân làm 3 loại cơ cấu chính và đặt tên là cơ cấu dầm, cơ cấu xô ngang và cơ cấu hỗn hợp [1].

2.2.3. Hàm mục tiêu.

Biến thiết kế là mặt cắt thanh đặc trưng bởi W_d nhưng hàm mục tiêu là trọng lượng kết cấu, lại có quan hệ trực tiếp với mômen dẻo của tiết diện theo công thức (2.1). Vì vậy để tiện cho tính toán, ta chọn M_d làm biến số của bài toán. Từ (2.1) ta có trọng lượng của kết cấu:

$$G = \sum_{i=1}^s q_i L_i = \sum (a.M_{di} + b)L_i \quad (2.2)$$

Vì a, b là các hằng số nên việc xét cực trị của G chỉ liên quan đến số hạng M_{di}, L_i , do đó hàm mục tiêu cần cực tiểu hoá có dạng như sau:

$$Z = \sum_{i=1}^s M_{di} L_i \quad (2.3)$$

Trong đó: M_{di}, L_i – lần lượt là mômen dẻo và chiều dài phần tử thanh thứ i.
s – số phần tử của hệ

2.2.4. Điều kiện ràng buộc

Điều kiện ràng buộc của mô men uốn tại các tiết diện tới hạn với tải trọng:

Giả sử khung có bậc siêu tĩnh n và m tiết diện tới hạn. Véc tơ mômen nội lực tại m tiết diện tới hạn và ngoại lực có quan hệ:

$$[B]\{S\} = \{Q\} \quad (2.4)$$

Trong đó: $\{S\} = \{M_1, M_2, \dots, M_m\}$ – véc tơ nội lực mômen tại các tiết diện tới hạn;

$\{Q\} = \{P_1, P_2, \dots, P_p\}$ – véc tơ ngoại lực, gồm p tải trọng;

$[B]_{i,m}$ – ma trận gồm i hàng và m cột. Trong đó các phần tử của ma trận [B] chỉ phụ thuộc vào sơ đồ tính cụ thể. Số hàng i của ma trận [B] chính là số phương trình cân bằng độc lập của hệ (2.4). $i = m - n$.

Điều kiện ràng buộc về chảy dẻo:

Đối với mỗi tiết diện mômen uốn có thể dương hoặc âm, vì vậy điều kiện chảy dẻo là:

$$-M_{dj} \leq M_i \leq M_{dj} \quad (2.5)$$

Đối với toàn hệ: $M_i \leq H^* \cdot M^*$ (2.6)

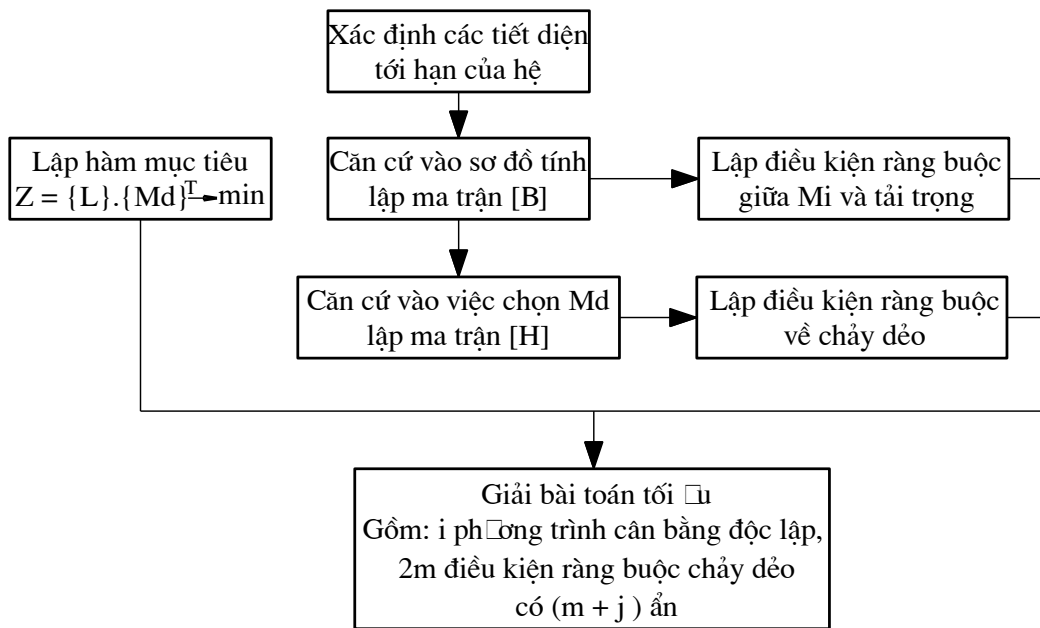
Trong đó: M^* - véc tơ mômen dẻo gồm 2m phần tử;

H^* - ma trận gồm các phần tử 0 và 1 có 2m hàng, j cột (j là số mômen dẻo của các cấu kiện được giả thiết khi tính toán).

2.2.5. Cách giải bài toán

1. Xác định các tiết diện tới hạn của hệ (hai đầu cột, hai đầu và giữa dầm, dưới các lực tập trung, ...).
2. Lập hàm mục tiêu theo (2.3).
3. Lập quan hệ giữa các mômen dẻo và tải trọng theo (2.4).
4. Giải bài toán quy hoạch tuyến tính.

Sơ đồ khối cách giải như Hình 2.2

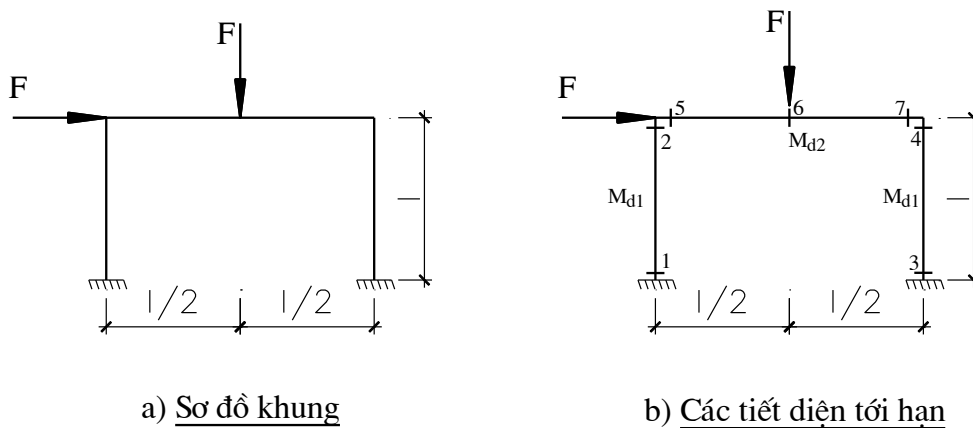


Hình 2.2

3. Áp dụng tính toán.

Trong mục này lấy ra một ví dụ số, là kết cấu khung 1 tầng, một nhịp nhằm để minh họa cho phần lý thuyết của mục 2 và so sánh với kết quả của ví dụ 4.2 của [2].

a. *Số liệu:* Cho khung chịu tải trọng với kích thước như hình 3.1. Các cột thuộc nhóm tiết diện ứng với mô men dẻo M_{d1} , dầm thuộc nhóm tiết diện ứng với mô men dẻo M_{d2} . Yêu cầu tìm giá trị tối ưu của tiết diện cột và dầm sao cho khung có trọng lượng là nhỏ nhất.



Hình 3.1. Sơ đồ tính khung

b. Các bước tính toán:

Bài toán thiết kế này có hàm mục tiêu là tổng trọng lượng của các phần tử là nhỏ nhất. Bài này được giải dựa trên các giả thiết đã được nêu ở mục 2.2

- Sơ đồ tính khung hình 3.1a
- Lập hàm mục tiêu theo công thức (2.3):

$$Z = \{2\mathbf{1}, \mathbf{1}\} \begin{Bmatrix} M_{d1} \\ M_{d2} \end{Bmatrix} \rightarrow \min$$

$$+ \text{Đặt } M_{d1} = M_8, M_{d2} = M_9 \quad \rightarrow \quad Z = \{2\mathbf{1}, \mathbf{1}\} \begin{Bmatrix} M_8 \\ M_9 \end{Bmatrix} \rightarrow \min \quad (3.1)$$

- Ma trận $[B]_{4 \times 7}$ biểu thị mối quan hệ giữa véc tơ $\{M_i\}$ và véc tơ tải trọng như sau:

$$\{M_i\} = \{M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7\}^T$$

$$\underbrace{\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 1 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}}_B \underbrace{\{M_i\}}_S = \underbrace{\begin{bmatrix} 0.5 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}_Q \cdot F\ell \quad (3.2)$$

$$- \text{Ma trận } [H]: [H] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{bmatrix}^T$$

- Lập các điều kiện ràng buộc về chảy dẻo

$$\{M_i\} \leq [H] \cdot \{M_d\} \quad (3.3a)$$

$$\{-M_i\} \leq [H] \cdot \{M_d\} \quad (3.3b)$$

$$M_d = \{M_{d1} \ M_{d2}\}^T$$

- Giải bài toán tối ưu: cực tiểu hoá hàm mục tiêu (3.1) thoả mãn 4 phương trình cân bằng (3.2); 14 điều kiện ràng buộc (3.3a) và (3.3b).

Để giải bài toán tối ưu tuyến tính trên ta dùng phần mềm Mathematica.

Kết quả tính toán:

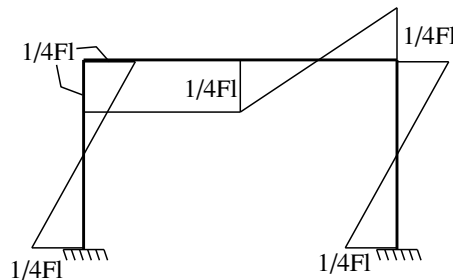
Sau khi tính toán ta được kết quả sau:

$$Z_{\min} = 3/4F\ell^2$$

$$\{M_{di}\}^T = F\ell\{1/4; 1/4\};$$

$$\{M_i\}^T = F\ell\{-1/4; 1/4; 1/4; -1/4; 1/4; 1/4; -1/4\};$$

Từ kết quả trên ta vẽ được biểu đồ mô men uốn như hình 3.2



Hình 3.2. Biểu đồ mô men uốn dẻo M_d

Kết quả này hoàn toàn giống kết quả giải bằng phương pháp giải tích trong [2]

4. Kết luận

- Qua ví dụ trên ta thấy kết quả tính toán hoàn toàn giống với kết quả giải bằng phương pháp giải tích trong [2], nhưng tốc độ tính toán nhanh hơn.

- Nghiên cứu đã giải quyết được các nhiệm vụ đặt ra. Đồng thời đưa ra được một sơ đồ khối giải bài toán tối ưu kết cấu khung ngoài giai đoạn đàn hồi bằng một chương trình tuyến tính (bằng phần mềm Mathematica) qua kết quả nghiên cứu đã khảo sát cho một khung phẳng 1 tầng, một nhịp. Từ kết quả này ta có thể thiết kế tối ưu cho các khung phẳng khác nhau làm việc ngoài giai đoạn đàn hồi.

- Khi nghiên cứu sự hình thành khớp dẻo trong khung chỉ xét thành phần mômen uốn mà bỏ qua ảnh hưởng của lực dọc và lực cắt vì vậy trong các hướng nghiên cứu tiếp theo cần xét ảnh hưởng của lực dọc, lực cắt trong sự hình thành khớp dẻo.

- Nghiên cứu mới chỉ áp dụng cho kết cấu khung phẳng vì vậy trong các hướng nghiên cứu tiếp theo cần nghiên cứu cho khung không gian.

Tài liệu tham khảo

1. Lê Xuân Huỳnh (2006). Tính toán kết cấu theo lý thuyết tối ưu, Nhà xuất bản khoa học kỹ thuật.
2. Võ Như Cầu (2003). Tính kết cấu theo phương pháp tối ưu, Nhà xuất bản xây dựng.
3. Lều Thọ Trình (2001). Cơ học kết cấu tập II – Hệ siêu tĩnh, Nhà xuất bản khoa học kỹ thuật.
4. Nguyễn Văn Tú (2010). Tính toán kết cấu khung phẳng chịu tác dụng của tải trọng động ngắn hạn có kể đến sự làm việc của vật liệu ngoài giai đoạn đàn hồi. Luận án tiến sĩ kỹ thuật – Học viện kỹ thuật quân sự.
5. Hoàng Văn Long (2003). Tối ưu hoá khung thép làm việc sau đàn hồi với ràng buộc về độ tin cậy. Luận văn thạc sĩ kỹ thuật – Trường ĐHXD.
6. Nguyễn Trọng Kiên (2010). Ứng dụng lý thuyết độ tin cậy trong tính toán khung thép thiết kế theo khả năng. Luận văn thạc sĩ kỹ thuật – Trường ĐHXD.
7. American Society of Civil Engineers (1997). Guide to Structural Optimization, New York.
8. Rao S.S (1989). Optimization: Theory and Application. Wiley Eastern Limited.